# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 9 AOUT 1920.

PRÉSIDENCE DE M. Henri DESLANDRES.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison du caractère férié attribué au lundi 16 août de cette année par la loi du 23 décembre 1904, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 17.

M. le **Président** annonce à l'Académie la mort de M. **Pierre Morat**, Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvel appareil optique ou électrique pour la mesure des oscillations de vitesse et des écarts angulaires.* Note (1) de **M. A. Blondel** (2).

Les appareils mécaniques qui ont été imaginés jusqu'à maintenant pour étudier les oscillations des machines modernes à grande vitesse (jusqu'à 1500 tours par minute, soit 25 tours par seconde) n'ont ni la fréquence d'oscillation propre suffisante (qui devrait être d'au moins 500 vibrations par seconde), ni l'amortissement convenable, qui doit pouvoir être réglé aux environs de l'amortissement critique (3). Pour supprimer toute inertie

(1) Séance du 26 juillet 1920.

(2) Extrait d'un pli cacheté reçu dans la séance du 6 janvier 1919, inscrit sous le n° 8608 et ouvert dans la séance du 26 juillet 1920.

(3) Cf. A. Blondel, Les Tables générales 1881-1895 donnent : *Conditions générales que doivent remplir les instruments enregistreurs et indicateurs* (*Comptes rendus*, t. 116, 1893, p. 748).

on a déjà proposé [1] de recourir à l'enregistrement optique des écarts angulaires de l'arbre du moteur par rapport à un arbre réel ou fictif tournant à une vitesse rigoureusement constante; mais ces méthodes sont restées compliquées et peu précises.

Celle que je vais décrire n'exige que le montage d'un simple disque à fentes, en carton noirci, sur le bout d'arbre de la machine, et l'emploi d'un enregistreur photographique portatif, toujours le même, muni d'un arc électrique ou d'un éclateur à étincelles périodiques très lumineuses.

*Principe de la méthode.* — La méthode a pour base l'enregistrement, sur une préparation photographique (film ou papier) entraînée à une vitesse uniforme, des déplacements angulaires d'un disque D (*fig.* 1) fixé sur l'arbre

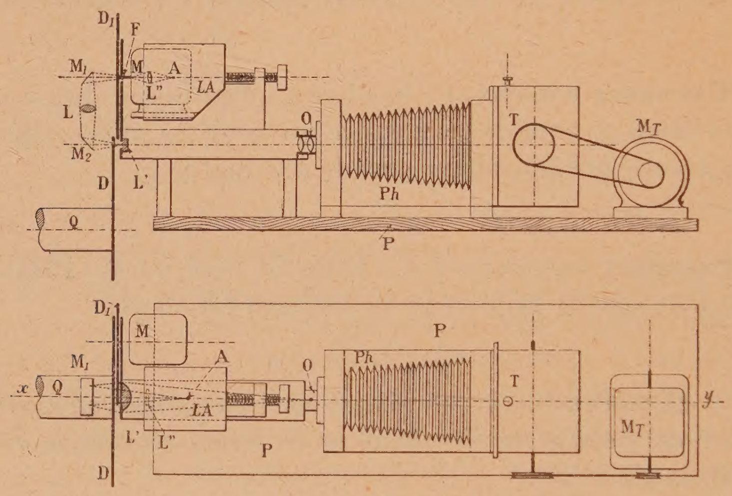



Fig. 1. — Disposition générale en élévation et en plan d'un appareil pour enregistrement optique par arc.

D, disque à fentes calé sur l'arbre du moteur étudié; $D_1$, disque à fentes radiales entraîné par le moteur auxiliaire M; LA, lampe à arc; F, fente fixe dans un écran; $M_1$, $M_2$, miroirs; L, lentille cylindrique à génératrices horizontales; L', lentille cylindrique à génératrices verticales; L", condensateur de l'arc formant foyer conjugué sur F; O, objectif; P*h*, chambre noire; T, caisse contenant un tambour tournant recouvert d'un film; $M_1$, moteur entraînant le tambour; P, plateau support.

de la machine en expérience. Ce résultat est obtenu en mesurant ces déplacements angulaires du disque par le déplacement rectiligne d'un point lumineux.

---

(1) Cf. notamment les méthodes de M. Sartori (*Il Monitore Technico*, 20 mai 1898), et surtout de mon regretté maître Cornu (*Bulletin de la Soc. int. des Électriciens*, t. 1, 1901, p. 519), créateur des méthodes stroboscopiques.

A cet effet, le disque D est muni sur son pourtour (*fig.* 2) d'une série de fentes F équidistantes, découpées en développantes, et qui défilent devant une fente lumineuse fixe *ab* pratiquée, par exemple, dans un écran E [1] et disposée tangentiellement au cercle *c* qui a servi de générateur aux dévelop-

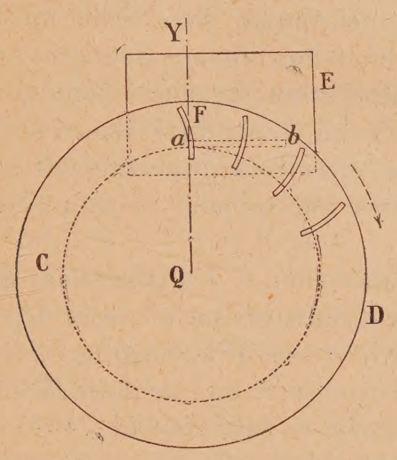



Fig. 2. — Schéma de la disposition du disque D tournant et de l'écran fixe E.
F, fentes mobiles; *ab*, fente fixe de l'écran E; QY, verticale menée par le centre Q du disque.

pantes. Cette fente est éclairée par un miroir $M_2$, recevant lui-même la lumière d'une source suffisamment puissante A. Le tambour T, qui entraîne le film ou papier photographique, est contenu dans une chambre noire, dont l'objectif O projette sur la surface du papier l'image de la fente *ab*.

1. Supposons tout d'abord la fente *ab* constamment éclairée. Si le disque D est entraîné à une vitesse rigoureusement constante, les intersections de *ab* avec les fentes F apparaissent comme des points lumineux qui se déplacent avec une vitesse rectiligne constante. Ils ont, par rapport au papier photographique, la vitesse résultant de la vitesse $v$ du déplacement de l'image, et de la vitesse tangentielle $v'$ de la surface du tambour et s'inscrivent sur le papier développé sous forme d'une série de droites obliques, parallèles, dont le coefficient angulaire (tangente de l'angle formé par la droite oblique avec la droite qui serait inscrite sur le tambour par un point lumineux fixe) donne le rapport $\left(\frac{v}{v'}\right)$ de ces deux vitesses.

---

[1] On verra plus loin que, dans la réalisation, cet écran E est supprimé et sa fente remplacée par une raie lumineuse.

2. Remplaçons maintenant la source lumineuse continue A par une succession d'éclats lumineux brefs émis à des intervalles de temps égaux; chaque courbe ou droite oblique sera remplacée par une succession de points. Si le nombre des éclats est convenablement choisi (un par passage d'une développante devant la fente $ab$), et si, d'autre part, la vitesse de la machine est rigoureusement synchronisée avec celle de l'appareil producteur d'étincelles, les points lumineux obtenus donneront une image fixe dans la chambre noire. Leur enregistrement se fera donc suivant une succession de points répartis sur une circonférence du tambour. Les oscillations de vitesses se traduiront par des balancements proportionnels aux écarts angulaires de la machine en expérience par rapport au mouvement d'entraînement de l'appareil à étincelles.

Si, au lieu d'un balancement, il y a défilement continu de l'image des points (image qu'on peut renvoyer sur un verre dépoli pendant le réglage préliminaire), c'est que la vitesse de la machine restera plus grande ou plus petite que celle du synchronisme; on modifiera la « fréquence » des éclats jusqu'à obtenir sensiblement ce balancement [1].

De la courbe ainsi obtenue des écarts angulaires en fonction du temps, on peut déduire facilement, par points, la courbe des variations de vitesses angulaires (qui en est la dérivée par rapport au temps).

*Source de lumière intermittente.* — La source de lumière qui produit les éclats peut être soit un arc A occulté par un disque tournant $D_1$, muni d'une fente mince tournant devant la fente F d'un écran, soit, quand on veut

---

[1] Il n'est d'ailleurs pas nécessaire de réaliser rigoureusement ce réglage; car, même s'il subsiste un défilement lent des points, on peut encore obtenir sur le tambour une inscription utilisable, en acceptant que la ligne représentant sur le film une fois développé, la vitesse moyenne ne sera pas une ligne parallèle au bord du film, mais oblique. Cette ligne oblique sort plus ou moins vite de la bande de papier photographique placée sur le tambour, mais elle est constamment remplacée par d'autres lignes parallèles correspondant aux autres points qui se succèdent sur la fente horizontale.

Il est possible théoriquement d'obtenir rigoureusement le parallélisme des lignes moyennes par rapport au bord de la bande de papier en réunissant l'arbre du moteur étudié, par une transmission flexible, à l'arbre du producteur d'éclats. Mais alors il faut avoir soin d'ajouter à ce système d'entraînement un volant suffisant pour éviter que sa période d'oscillations propres produites par l'élasticité de torsion du flexible soit du même ordre que les oscillations enregistrées. Ce dispositif présente seulement des difficultés de réalisation pratique au moment de la mise en route.

réaliser des éclats plus brefs, une étincelle électrique provoquée par la décharge d'un condensateur K, chargé par l'extra-courant que produit la rupture brusque du courant primaire d'une bobine d'induction J (1); cette étincelle est alors placée au-dessus de la lentille cylindrique L, représentée sur la figure 1, et de façon qu'elle projette l'image conjuguée de l'étincelle sur le disque D.

*Artifices optiques.* — Un écran diffusant par transparence pour éclairer la fente *ab* n'aurait qu'un très mauvais rendement lumineux. On obtient une image aérienne en forme de ligne mince *ab* beaucoup plus lumineuse, en plaçant en L une première lentille cylindrique, à génératrices horizontales, interposée entre le disque D et le disque $D_1$ (*fig.* 1), et calculée de manière que l'image de la fente F par rapport à L se fasse sur le disque D après réflexion sur deux miroirs $M_1$ et $M_2$. Chaque point de la fente *ab* renvoie alors sur O une image de F, et toute la lumière reçue par la fente est utilisée pour l'éclairement de l'image.

Mais l'objectif O ne serait ainsi pas bien utilisé, parce qu'il ne recevrait qu'une nappe lumineuse horizontale, émanant de la fente F et d'une ouverture limitée par la hauteur même de la source A, qui est généralement très faible. Un perfectionnement a donc consisté à interposer, entre la source A et la fente F, une seconde lentille cylindrique L″, à génératrices horizontales (perpendiculaires au tableau), et calculée de façon à former l'image de la source A sur la fente F. Une troisième lentille L′ à génératrices verticales, qui ne gêne pas la marche des rayons dans le sens vertical, les fait converger sur le centre optique de l'objectif : la nappe de lumière reçue par l'objectif de la fente *ab* embrasse un angle horizontal correspondant à l'ouverture

---

(1) Cet extra-courant peut être provoqué :

*a.* Par un interrupteur tournant ordinaire ou à mercure, entraîné à une vitesse constante par un moteur auxiliaire ordinairement synchrone;

*b.* Par un rupteur vibrant à électro-diapason.

La difficulté principale que l'on rencontre dans l'application des étincelles à l'enregistrement des vitesses, c'est d'obtenir les éclats instantanés de puissance lumineuse suffisante.

Les étincelles peuvent bien être renforcées, autant qu'on le veut, par l'emploi du condensateur placé en dérivation sur les bornes de l'éclateur, à condition d'employer une bobine suffisamment puissante; mais il devient alors difficile de faire produire par celle-ci, lors de chaque rupture, des étincelles *uniques et espacées* suivant une loi de périodicité rigoureuse. On augmente aussi l'intensité lumineuse en faisant jaillir les étincelles entre des électrodes de métaux spéciaux (magnésium, tungstène, etc.).

angulaire, non plus de la source, mais de la lentille L; elle est transformée par la lentille L′ en une ligne verticale plus ou moins large qui se forme sur la lentille antérieure de l'objectif.

L'ensemble de ces artifices réalise une concentration de lumière suffisante pour l'obtention d'excellentes photographies sur le tambour tournant T.

*Application de la méthode.* — Une application de cette méthode a été faite en 1915 sur un petit moteur à explosion (type Panhard et Levassor, 600 t : m) d'une puissance de quelques chevaux actionnant par courroie une dynamo à courant continu, avec le concours de mon assistant M. Touly. Le disque D placé sur le moteur avait $160^{mm}$ de diamètre et portait 16 fentes de $1^{mm}$ de largeur. Le disque $D_1$ avait un diamètre de $300^{mm}$ et possédait 8 fentes [1].

*Enregistrement électrique.* — Le dispositif représenté par la figure 3, qui

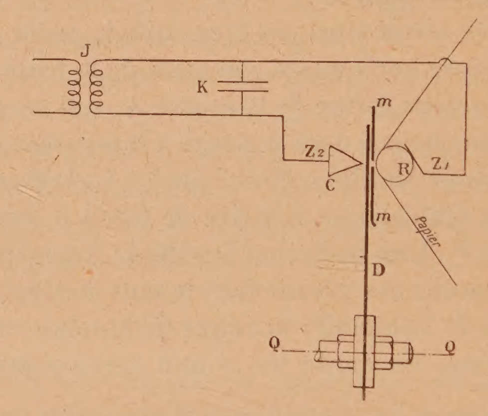



Fig. 3. — Schéma de l'enregistrement par étincelles électriques.

D, disque mobile fixé sur l'arbre et muni de fentes perforées; *mm*, écran isolant muni d'une fente horizontale; C et R, pièces métalliques parallèles à la fente entre lesquelles jaillissent les étincelles; J, transformateur; K, condensateur.

est en cours de construction, consiste à remplacer la photographie d'un point lumineux par l'effet colorant ou perforant d'une étincelle électrique traversant une bande de papier quelconque.

La bande de papier défile sur le rouleau conducteur R à proximité immédiate du disque D de matière isolante, dans lequel sont découpées des fentes en développantes de cercle. Derrière ce disque, la fente lumineuse est rem-

(1) Les courbes obtenues seront publiées dans un Mémoire détaillé qui va paraître dans un autre périodique.

placée par un conducteur métallique C de section triangulaire, par exemple, et placé en face du tambour R, parallèlement à ses génératrices.

Un interrupteur synchrone, à mercure ou à contacts frottants, agit sur le primaire d'une bobine J dont le secondaire est relié d'une part à ce conducteur C, d'autre part au tambour R. Les étincelles produites par cet éclateur, ne pouvant jaillir qu'à l'intersection des fentes F et de l'électrode horizontale C, reproduiront une succession de points qui donne ainsi une représentation suffisamment nette et précise des écarts angulaires de la machine étudiée, à condition que ces étincelles soient assez nourries et jaillissent en ligne droite.

## PLIS CACHETÉS.

M. **Fred Vlès** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 18 juin 1917 et inscrit sous le n° 8409.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Sur quelques propriétés spectrales de la toxine tétanique.*

MM. **Fernand** et **Edgard Vial** demandent l'ouverture d'un pli cacheté déposé par feu *L.-C.-Émile Vial*, leur père, dans la séance du 16 mars 1896 et inscrit sous le n° 5192.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une note *Sur la Création.*

## CORRESPONDANCE.

MM. **Maurice Arthus**, **Léonce Barthe**, **Flavien Bonnet-Roy**, **Henry Chabanier**, **Marius Chartier**, **Noël Fiessinger**, **Robert de Forcrand de Coiselet**, **Henri Gault**, **François Maignon**, **Émile-F. Terroine**, **Albert Terson**, **Charles Vaillant**, **Henri Violle** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E. Bally, *Géométrie synthétique des unicursales de troisième classe et de quatrième ordre.*

2° Paul Stroobant, *Les progrès récents de l'Astronomie* (VIII, année 1914) et *A propos de la prochaine disparition de l'anneau de Saturne.* (Présentés par M. H. Deslandres.)

GÉOMÉTRIE. — *Extrait d'une lettre de M.* **Petot** *à M. Appell*, transmise par M. Appell.

En introduisant dans la formule (9) de ma Note sur la représentation sphérique des surfaces (même Tome, p. 161), au lieu des angles $\alpha$ et $\alpha'$ de l'élément $ds$ avec les directions asymptotiques, l'angle de ce même élément avec l'une des directions principales, on obtient la suivante :

$$(10) \qquad e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2 = \frac{ds^2}{\rho_n},$$

où $\rho_n$ désigne le rayon de courbure de la section normale dont la direction est définie par les différentielles $du$, $dv$. Cette formule très simple a d'ailleurs été donnée par M. Darboux dans le paragraphe 927 de ses *Leçons*, je ne l'avais pas remarquée. Si l'on en tient compte, la relation (5) de ma Note prend cette forme :

$$(11) \qquad d\sigma^2 = -\frac{ds^2}{RR'}\left(1 - \frac{R+R'}{\rho_n}\right),$$

où interviennent seulement des éléments géométriques, indépendants du système de coordonnées $(u, v)$, auquel la surface considérée S est rapportée. Ce résultat s'étend en outre, comme les précédents, au cas où l'on établit, entre deux surfaces quelconques, une correspondance par plans tangents parallèles.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur le nombre des représentations d'un nombre par une forme cubique binaire à discriminant négatif.* Note de M. **Boris Delaunay**, transmise par M. Hadamard.

1. Soit $Ax^3 + Bx^2y + Cxy^2 + Ey^3 = (A, B, C, E)$ une forme à discriminant D négatif, c'est-à-dire n'ayant qu'une racine réelle. Selon Lagrange (1768), la résolution de $(A, B, C, E) = \sigma$ se réduit au plus à la résolution de $\sigma$ nouvelles équations $(A_i, B_i, C_i, E_i) = 1$. Une telle équation, ou bien n'a pas de solutions, ou bien, si l'on connaît une de ces solutions, peut se réduire à la forme $(1, n, -p, q) = 1$. Nous allons étudier cette dernière.

2. Soit $\alpha^3 = n\alpha^2 + p\alpha + q$, alors on a

$$(x + \alpha y)(x + \alpha' y)(x + \alpha'' y) = 1,$$

et tout revient à trouver toutes les unités de l'anneau $[1, \alpha, \alpha^2] = O(\alpha)$ qui sont *binomes*, c'est-à-dire n'ont pas de membre contenant $\alpha^2$. Puisque $D < 0$ toutes les unités de $O(\alpha)$ sont des puissances à exposants positifs d'une unité fondamentale $0 < \varepsilon_0 < 1$ et de l'unité inverse $\varepsilon_0^{-1}$. En définissant dans l'espace les coordonnées $\xi = \frac{\omega' + \omega''}{2}$; $\eta = \frac{\omega' - \omega''}{2i}$; $\zeta = \omega$, où $\omega$ est un nombre de $O(\alpha)$, considérant la surface des unités $(\xi^2 + \eta^2)\zeta = 1$ et le *plan binome* $\xi + B\eta - \zeta = 0$, on reconnaît qu'il peut avoir seulement un nombre limité de solutions entre les unités inverses, qu'on peut toutes trouver. Soit $\varepsilon_0^{-m} = x + \alpha y$ la plus grande des solutions inverses, si nous transformons $(1, n, -p, q)$ par la substitution $\begin{pmatrix} x & \beta \\ y & \gamma \end{pmatrix}$ où $x\delta - y\beta = 1$, nous obtenons une nouvelle équation $(1, n', -p', q') = 1$ dont les solutions sont les solutions de $(1, n, -p, q) = 1$ divisées par $\varepsilon_0^{-m}$ et qui, par contre, n'a pas de solutions inverses.

3. Considérons maintenant les puissances d'une unité binome

$$(b\alpha + c)^m = M\alpha^2 + P\alpha + Q;\ \frac{M}{b} = \frac{m(m-1)}{1.2} c^{m-2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} bc^{m-3} n + \ldots;$$

soit $b_1$ un diviseur premier de $b$ plus grand que 3, alors $|b_1^2| > 4$, $|b_1^3| > 5$, etc. et $M = 0$ est impossible. Si $|b_1| = 3$, alors $c^2 \equiv 1 \pmod 3$, $c \equiv 1$, $n \equiv 0 \pmod 3$ et $M = 0$ est impossible. Si $|b_1| = 2$, $M = 0$ est également impossible. Nous voyons que si $b \neq \pm 1$, aucune puissance de l'unité binome $b\alpha + c$ ne peut être binome.

4. Nous abordons maintenant la méthode qui nous conduira au but. Nous appelons cette méthode « algorithme de rehaussement ». Soit $(a\alpha^2 + b\alpha + c)^{m_i} = P_i\alpha + Q_i$, alors $\varepsilon_0'^{m_i} - \varepsilon_0''^{m_i} = P_i(\alpha' - \alpha'')$ et tous les $P_i$ sont donc divisibles par $\frac{\varepsilon' - \varepsilon''}{\alpha' - \alpha''} = -a\alpha + b + an$; si $(a, b) = \delta$, alors les $P_i$ sont divisibles par $\varkappa = \frac{1}{\delta^2} N(-a\alpha + b + an)$. Soit $\overline{\alpha} = \alpha\varkappa$, alors nous passons dans l'anneau $O(\overline{\alpha})$; toutes les unités de $O(\overline{\alpha})$ sont aussi puissances d'une unité fondamentale $\overline{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0^\nu$, où $\nu$ est diviseur de $\varphi(\varkappa^2)$. Nous avons $(\overline{a}\overline{\alpha}^2 + \overline{b}\,\overline{\alpha} + \overline{c})^{\frac{m_i}{\nu}} = \overline{P}_i\overline{\alpha} + Q_i$, où $\overline{P}_i = \frac{P_i}{\varkappa}$. Nous répétons cette considé-

ration et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un certain $\Delta^\star = -a^\star\alpha^\star + b^\star + a^\star n^\star$ ne soit une unité, alors $\varkappa^\star = 1$ et l'algorithme s'arrête.

Il y a à distinguer trois cas : I. Si $\Delta^\star$ ne devient nulle part unité, l'équation $(1, n, -p, q) = 1$ n'a pas de solutions (à part $x = 1, y = 0$); II. Si $\Delta^\star$ est $\pm 1$, alors $a^\star = 0$, $b^\star = \pm 1$ et toutes les solutions doivent être puissances de $\pm\alpha^\star + c^\star$ de la forme $P_i^\star\alpha^\star + Q_i$, c'est-à-dire des puissances de $k\alpha + c^\star$ de la forme $P_i\alpha + Q_i$ (où $k = \varkappa\bar{\varkappa}\bar{\bar{\varkappa}}\ldots \neq 1$ autrement que quand le cas II se rencontre au début), ce qui est impossible d'après 3; il n'y a donc, dans ce cas, qu'une seule solution $x = c^\star$; $y = k$; III. $-a^\star\alpha^\star + b^\star + a^\star n^\star$ est une unité algébrique. Soit par exemple $-a\alpha + b + an$ une unité algébrique, c'est une unité binome, soit $\varepsilon^\mu$; $\varepsilon^{\mu+1}$ est aussi binome. Si l'on transforme $(1, n, -p, q)$ par $\varepsilon^{\mu+1}$, on obtient une équation $(1, n', -p', q')$ qui a les solutions $\varepsilon^{-1}$ et $\varepsilon^{-\mu-1}$ et dont la racine $\eta = \varepsilon^{-1}$, c'est-à-dire que $\eta^{\mu-1}$ est de la forme $P\eta + Q$. Nous voyons que si $-a^\star\alpha^\star + b^\star + a^\star n^\star$ était une unité algébrique, alors $\eta^{\star\mu+1} = P\eta^\star + Q$, ce qui serait encore impossible d'après 3, puisque $\alpha^\star = k\alpha$, où $k \neq \pm 1$ (autrement que le cas III arrive au début), et par suite $\eta^\star = k\beta + c'$.

C'est-à-dire que $-a\alpha + b + an$ dans notre algorithme ne peut être unité algébrique que dès le début. Dans ce dernier cas notre équation peut être ramenée à une équation de la forme $(1, n, -p, 1) = 1$ dont la racine est $\varepsilon_0$; nous nommons une telle équation *réversible*.

5. Soit $\tau$ le premier exposant pour lequel $\Delta_\tau = \frac{\varepsilon'^\tau - \varepsilon''^\tau}{\varepsilon' - \varepsilon''}$ n'est pas une unité, s'il y a alors une solution telle que $m \equiv r_i \pmod{\tau}$, nous transformons au moyen de cette solution et nous obtenons une nouvelle forme, laquelle, à la place des solutions $m \equiv r_i$, admet des solutions telles que $m \equiv 0 \pmod{\tau}$ et $\Delta_\varepsilon$ permet d'amorcer notre algorithme, et alors nous nous trouvons dans les cas I et II; pour cette raison il n'y a pas plus de $2\varepsilon - 1$ solutions. Une simple discussion montre qu'en général, pour les équations du type III, $\tau = 2$ et les seuls cas où $\tau > 2$ se réduisent aux formes $(1, 0, 1, 1)$ $\tau = 4$ et $(1, -1, 0, 1)$ $\tau = 6$ que nous avons examinées en détail. De tout cela nous déduisons le théorème : *L'équation $(1, n, -p, q) = 1$ n'a pas plus d'une ou deux solutions et seulement pour certaines équations il y en a 3 et 4, mais pas plus de 4 solutions* (la solution triviale $x = 1$, $y = 0$ non comptée). Ceci nous fait voir que pour le nombre des solutions de l'équation $(A, B, C, E) = \sigma$ $(D < 0)$ est ainsi assignée une limite qui dépend du nombre $\sigma$, mais non des coefficients de la forme; elle est en général $< 2\sigma_1$, où $\sigma_1$ est le nombre des racines de la congruence $Ax^3 + Bx^2 + Cx + E \equiv 0 \pmod{\sigma}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros des séries de Dirichlet.* Note de M. **Fritz Carlson**, transmise par M. Hadamard.

Soit (1) $f(s) = \Sigma a_n n^{-s}$ une série de Dirichlet convergente pour $\sigma > 0$. Désignons par $N(\beta, \omega)$ le nombre des zéros de $f(s)$ dans la bande $\sigma \geqq \beta$; $|\tau| \leqq \omega$. MM. Bohr et Landau ont montré que (2) $N\left(\frac{1}{2} + \delta, \omega\right) = o(\omega)$ pour $\delta > 0$. D'autre part, pour tout $\delta > 0$, on peut indiquer des séries (1) pour lesquelles $N\left(\frac{1}{2} + \delta, \omega\right) \neq o(\omega)$. Donc si l'on veut préciser (1), il faut tenir compte d'autres propriétés de $f(s)$. C'est ce qu'ont fait MM. Bohr et Landau pour $\zeta(s)$. En s'appuyant sur le développement $1 : \zeta(s) = \Pi(1 - p^{-s})$, ils ont obtenu $N\left(\frac{1}{2} + \delta, \omega\right) = o(\omega)$. Je montrerai :

Théorème I. — *Pour* $\zeta(s)$ *on a*

$$N\left(\frac{1}{2} + \delta, \omega\right) < \omega^{1-4\delta^2+\varepsilon},$$

*où, pour* $\delta > 0$ *fixe,* $\lim\limits_{\omega=\infty} \varepsilon = 0$.

Le but principal de cette Note est de faire voir que ce théorème peut être considéré comme une conséquence d'un théorème général sur les séries (1), de sorte que ladite approximation et *a fortiori* celle de MM. Bohr et Landau ne reposent pas sur des propriétés spéciales de $\zeta(s)$.

Dans (1) supposons $a_1 \neq 0$. Alors le développement $1 : f(s) = \Sigma b_n n^{-s}$ existera et le nombre $k = \lim\sup \log|b_n| : \log n$ est fini. Je vais montrer :

Théorème II. — *Pour* $f(s)$ on a

$$(3) \qquad N\left(\frac{1}{2} + k + \delta, \omega\right) < \omega^{1-2\delta+\varepsilon} + \omega^{1-4\delta(k+\delta)+\varepsilon},$$

*où, pour* $\delta > 0$ *fixe,* $\lim\limits_{\omega=\infty} \varepsilon = 0$.

*Remarque.* — Soit $g(s) = \Sigma \alpha_n n^{-s}$ convergente pour $\sigma > 0$, $a$ un nombre quelconque différent de $\lim\limits_{\sigma=\infty} g(\sigma)$. L'inégalité (3) peut être appliquée au nombre de racines de l'équation $g(s) - a = 0$. $g$ restant fixe, le nombre $k$ variera avec $a$. Il peut arriver que notre théorème ne donnera rien de nouveau pour certaines valeurs de $a$, par exemple si la bande envisagée tombe à l'intérieur du demi-plan où $g$ reste bornée.

*Démonstration.* — Posons, $z$ désignant un nombre positif,

$$A(s)=\sum_{1}^{z} b_n n^{-s};\qquad F(s)=A(s)f(s)=1+\sum_{z+1}^{\infty} c_n n^{-s};\qquad s_x(\sigma)=\sum_{x}^{\infty} c_n n^{-\sigma}.$$

A tout $\varepsilon>0$, $\eta>0$ on peut faire correspondre un $z_0$ tel que, pour $z<z_0$ et pour $\sigma>\eta$,

$$|c_n|<n^{\varepsilon}z^{k};\quad |s_x(\sigma)|<x^{\varepsilon-\sigma}z^{k+1}\ \text{pour}\ n>z,\quad x>z.$$

*Premier cas* : $k+\delta\leqq\frac{1}{2}+\eta$. — Posons $\left(\eta>0 \text{ arbitrairement petit}, \eta<\frac{1}{2}\right)$ :

$$\delta\geqq\eta;\quad 2k+2\delta-\eta\leqq\gamma\leqq 1+\eta;\quad z=\omega^{2k+2\delta};\quad r=\omega z.$$

Cherchons des limites supérieures des intégrales

$$\int_{-\omega}^{\omega} m^{\tau i}\sum_{z+1}^{n-1}{}' c_n n^{-\gamma-\tau i}\,d\tau;\qquad \int_{-\omega}^{\omega} m^{\tau i}\sum_{n}^{m-1} c_n n^{-\gamma-\tau i}\,d\tau;\qquad \int_{-\omega}^{\omega} m^{\tau i}\sum_{\rho}^{\infty} c_n n^{-\gamma-\tau i}\,d\tau,$$

où $\rho\geqq n$, $\rho>m$ et, dans la première intégrale, $n\neq m$. En intégrant terme à terme, dans la première intégrale directement, dans les deux dernières après une sommation partielle faite à l'aide de la fonction sommatrice $s_x(\gamma)$, on trouvera la borne supérieure $\omega^{1-(2k+2\delta)(k+2\delta)k+10\eta+\varepsilon}$. En posant

$$\mathcal{G}(s)=F(s)-1,\qquad \overline{\mathcal{G}}(s)=\sum_{z+1}^{\infty}\bar{c}_n n^{-s},$$

on en tirera

$$\left|\int_{-\omega}^{\omega}\mathcal{G}(\gamma+\tau i)\,\overline{\mathcal{G}}(1+\eta-\tau i)\,d\tau\right|<\omega^{1-4\delta(k+\delta)+10\eta+\varepsilon}.$$

Considérons l'intégrale $\int\mathcal{G}(s)\overline{\mathcal{G}}(1+\eta+\gamma-s)\,ds$ prise suivant le rectangle qui a pour sommets $\gamma\pm\omega i$, $\frac{1+\gamma+\eta}{2}\pm\omega i$. Un calcul simple donnera

$$(4)\qquad \int_{-\varpi}^{\omega}|F(\sigma+\tau i)-1|^2\,d\tau<\omega^{1-4\delta(k+\delta)+10\eta+\varepsilon}$$

uniformément pour $\frac{1}{2}+k+\delta\leqq\sigma\leqq 1+\eta$. Le nombre $\delta$ et par suite la fonction F restant fixes, l'inégalité (4) sera valable aussi pour $\sigma>1+\eta$. En effet, les séries étant absolument convergentes, on peut approximer directement

$$(5)\qquad \int_{-\omega}^{\omega}|F(\sigma+\tau i)-1|^2\,d\tau=2\omega\sum|c_n|^2 n^{-2\sigma}+\sum\sum c_n\bar{c}_m(mn)^{-\sigma}\int_{-\omega}^{\omega}\left(\frac{m}{n}\right)^{\tau i}d\tau.$$

*Deuxième cas :* $k + \delta > \frac{1}{2} + \eta$. — Alors, dans la définition de $F(s)$, on doit prendre $z = \omega$. En évaluant les séries entrant dans (5) on aura

$$\int_{-\omega}^{\omega} |F(\sigma + \tau i) - 1|^2 d\tau < \omega^{1-2\delta+2}, \tag{6}$$

uniformément pour $\sigma \geqq \frac{1}{2} + k + \delta$.

Il existe un nombre $h$ tel que $|F(\sigma + \tau i)| \geqq B > 0$ pour $\sigma \geqq h$ et pour toute valeur réelle de $\tau$ ($h$ et B indépendants de $\omega$). Soient $\eta_0$ un nombre positif arbitrairement petit, $\alpha$ un nombre réel, H le domaine

$$\alpha + \delta - \eta_0 \leqq \sigma \leqq 2h + \frac{1}{\eta_0}; \quad |\tau| \leqq \omega + h + \frac{2}{\eta_0}.$$

Alors (C désignant une constante dépendant de $\eta_0$ mais non pas de $\omega$)

$$N(\alpha + \delta, \omega) < C \int\int_{H} |F(\sigma + \tau i) - 1|^2 d\sigma\, d\tau, \tag{7}$$

N se rapportant aux zéros de $F(s)$ (voir les Notes de MM. Bohr et Landau). En tenant compte des inégalités (4) et (6), on en déduira (3).

Le théorème II ne s'applique pas directement à $\zeta(s)$, cette fonction ayant un pôle dans $s = 1$. Il est facile de s'affranchir de cette difficulté. On peut, par exemple, poser

$$F t(s) = \sum_{1}^{z} \mu(n) n^{-s}; \qquad F(s) = 1 + (1 - 2^{1-s})[A(s)\zeta(s) - 1] = 1 + \sum_{z+1}^{\infty} c_n n^{-s}.$$

Toutes les approximations précédentes restent valables, en particulier l'inégalité (4) où doit être posé $k = 0$. On a seulement à éliminer, dans l'intégrale double (7), le facteur $(1 - 2^{1-s})$ de $F - 1$ pour arriver à l'approximation de N énoncée dans le théorème I.

MÉCANIQUE. — *Cause de la fréquence des ruptures de rails dans leurs extrémités éclissées.* Note de M. **Charles Frémont**, présentée par M. A. Rateau.

Les ruptures des rails de chemins de fer sont beaucoup plus fréquentes à leurs extrémités éclissées que dans le reste de la barre; or, si les ruptures étaient également réparties dans toute la longueur du rail, il n'y en aurait qu'une aux joints pour 20 ou 30 entre les éclisses.

En outre, pour la majeure partie des ruptures en plein rail, on en trouve l'explication par l'existence de la fragilité du métal et presque toujours par la présence de la retassure du lingot initial, tandis que pour les ruptures dans l'éclissage on constate assez souvent que l'acier est de qualité moyenne.

A l'examen de ces ruptures dans l'éclissage, on constate des fissures multiples, anciennes et progressives; les unes à la périphérie des trous de boulons et les autres aux congés du champignon et du patin; elles sont toutes bien connues des agents des chemins de fer.

Une étude de ces fissures m'a permis d'en donner l'explication suivante :

La discontinuité du rail au joint éclissé constitue un point de moindre résistance et, pour une charge donnée, occasionne une flexion élastique du rail plus grande en ce point que dans le reste de la barre; par conséquent la chute de la roue y est aussi plus grande et le choc plus intense, ainsi que le perçoit bien le voyageur.

Ce choc produit un effort maximum instantané dont la distribution, au lieu d'être répartie également dans toute la masse métallique du rail, est plus ou moins localisée par suite de la discontinuité. Tantôt le choc agit plus fortement sur un boulon et l'effort est en partie localisé à la périphérie du trou sur un arc de l'intrados correspondant; parfois, c'est l'éclisse dont l'arête intérieure, en contact avec le congé du champignon et avec celui du patin recevant le choc, en localise l'effort sur des points de ces deux lignes, dans une direction parallèle à l'axe longitudinal du rail.

En résumé, le choc de la roue, beaucoup plus intense au joint éclissé qu'en plein rail, par suite d'une plus grande flexion élastique, produit une plus grande quantité de travail dont la distribution, au lieu d'être répartie également, est localisée sur des portions de volume restreint; l'effort par unité élémentaire est ainsi beaucoup plus élevé et dépasse localement la limite d'élasticité.

On sait que des efforts réitérés dans ces conditions détériorent le métal, des fissures naissent et se propagent de grain à grain, d'autant plus facilement que le métal est fragile et contient des impuretés, notamment des inclusions non métalliques, et d'autant plus rapidement que l'effort résultant du choc est plus élevé et plus souvent réitéré.

HYDRAULIQUE. — *Sur l'expérience de Perrot relative au mouvement de rotation de la Terre.* Note de M. **Joseph Rey**, présentée par M. Rateau.

D'après Perrot ([1]) lorsque, à partir d'un état de repos initial, un liquide s'écoule par un orifice pratiqué en mince paroi au centre du fond d'un récipient cylindrique, les molécules superficielles du liquide glissent d'abord vers la verticale de l'orifice en décrivant des trajectoires infléchies à droite du sens de leur mouvement; puis ces mêmes molécules tournent autour de la verticale de l'orifice, conformément aux conséquences théoriques de la rotation terrestre.

Des conclusions de Perrot, Babinet ([2]) tira des conséquences importantes pour l'hydrodynamique fluviale, conséquences qu'il maintint malgré les calculs critiques de Joseph Bertrand ([3]).

D'après F. Laroque ([4]), le mouvement giratoire observé par Perrot n'est pas dû à un effet immédiat du mouvement diurne de la Terre.

La plupart des auteurs modernes reproduisent dans leurs Traités de Mécanique ou d'Hydraulique les conclusions de Perrot, sans tenir aucun compte des conclusions formellement contradictoires de Laroque; et de nombreux géo-physiciens ([5]) expliquent divers phénomènes d'érosion fluviale en partant des remarques de Babinet fondées sur les conclusions de Perrot.

Sur le conseil de M. Camichel, nous avons repris, en vue d'une conclusion définitive, les expériences de Perrot et de Laroque. Nous nous sommes entouré de quelques précautions élémentaires destinées à permettre l'écoulement de l'eau, à partir d'un état de repos initial, à l'abri de tout choc perturbateur et de toute action thermique localisée.

Nos premiers essais ont porté sur une masse d'eau de $25^{kg}$ environ, s'écoulant par un orifice en mince paroi, de $5^{mm}$ de diamètre, percé au centre du fond d'un récipient *cylindrique*, en zinc, de $45^{cm}$ de diamètre. *Nous n'avons constaté aucun mouvement giratoire de la masse liquide.*

---

([1]) Perrot, *Comptes rendus*, t. 49, 1859, p. 637.

([2]) Babinet, *Comptes rendus*, t. 49, 1859, p. 638.

([3]) J. Bertrand, *Comptes rendus*, t. 49, 1859, p. 658; — Babinet, *Ibid.*, p. 659.

([4]) F. Laroque, *Comptes rendus*, t. 51, 1860, p. 758.

([5]) B. et J. Brunhes, *Association française pour l'avancement des Sciences*, 1904, p. 487.

Dans une seconde série d'essais nous avons opéré sur une masse d'eau de $4^t$ environ, contenue dans une cuve en fer formée de tôles assemblées à angles droits, et ne présentant ni plan, ni centre de symétrie. L'orifice d'écoulement, de $4^{cm}$ de diamètre, pratiqué dans le fond de la cuve pour une première expérience, a été reporté, dans une autre expérience, à $20^{cm}$ environ au-dessus du fond. *Tant que la charge au-dessus de l'orifice d'évacuation a été de l'ordre de* $15^{cm}$ *d'eau, nous n'avons constaté aucun mouvement giratoire* (ni aucun mouvement de translation) *superficiel*. Lorsque la charge s'est abaissée au-dessous de $15^{cm}$, nous avons observé des mouvements tourbillonnants, très localisés, tantôt dextrorsum, tantôt sinistrorsum, susceptibles de s'inverser, de s'accélérer, de se retarder en une même région : nous attribuons ces mouvements giratoires à la présence de dissymétries sur le fond et sur les parois de la cuve.

Dans toutes nos expériences (récipient en zinc et cuve en fer), *les trajectoires des molécules superficielles vers l'orifice d'écoulement ont été rigoureusement rectilignes* pendant toute la durée de l'aspiration, qui commence à l'instant où la charge de l'orifice est suffisamment faible, et qui se poursuit jusqu'au moment où l'écoulement prend fin. Le détail de ces expériences sera publié prochainement, accompagné de photographies.

Nous estimons que les conclusions de Perrot sont erronées et que l'appréciation de Laroque sur ces conclusions est pleinement confirmée par nos recherches.

On peut d'ailleurs aisément calculer que l'intensité de la composante horizontale de la force centrifuge composée due au mouvement diurne, est, par 45° de latitude, de l'ordre du cent-millième de l'intensité de la pesanteur, lorsque la force centrifuge composée s'exerce sur un mobile animé d'une vitesse apparente de l'ordre du mètre par seconde. Il semble évident, *a priori*, que les frottements intérieurs des liquides en mouvement doivent masquer les effets théoriques de la rotation terrestre.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète périodique Tempel II, faites à l'Observatoire de Bordeaux* (*équatorial de* $0^m,38$). Note de M. **H. Godard**, présentée par M. Bigourdan.

| Dates. 1920. | ★. | ✱ — ★. ΔÆ. | ΔP. | Nombre de comp. | Gr. |
|---|---|---|---|---|---|
| | | m s | ′ ″ | | |
| Juillet 24.... | 1 | +0.59,99 | +5.13,3 | 24: 6 | 11,0 |
| » 25.... | 2 | +0.44,10 | +1.34,4 | 24:12 | » |
| » 27.... | 3 | −1.36,65 | +1.19,3 | 16: 4 | » |

*Positions apparentes de la comète.*

| Dates. 1920. | Temps moyen de Bordeaux. | Ascens. droite apparente. | Log. fact. parallaxe. | Dist. polaire apparente. | Log. fact. parallaxe. |
|---|---|---|---|---|---|
| | h m s | h m s | | ° ′ ″ | |
| Juillet 24... | 13.42.13,7 | 2. 2.11,09 | $\bar{1},574_n$ | 91.26. 3,7 | $0,801_n$ |
| » 25... | 14.35.18,7 | 2. 4.31,78 | $\bar{1},502_n$ | 91.29. 2,1 | $0,803_n$ |
| » 27... | 14.45.13,5 | 3. 8.55,58 | $\bar{1},478_n$ | 91.35.25,4 | $0,805_n$ |

*Positions des étoiles de comparaison.*

| ★. | Gr. | Ascens. droite moyenne. | Réduction au jour. | Dist. polaire moyenne. | Réduction au jour. | Autorités. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | h m s | s | ° ′ ″ | ″ | |
| 1..... | 8,3 | 2. 1. 8,60 | +2,47 | 91.21. 5,1 | −15,3 | Cat. Abbadia (zone phot. d'Alger), n° 979 |
| 2..... | 9,2 | 2. 3.45,20 | +2,48 | 91.27.42,9 | −15,3 | Cat. phot. Alger { −1°, 2h4m, ét. 70; −2°, 2h0m, ét. 105 } |
| 3..... | 8,3 | 2.10.29,73 | +2,50 | 91.34.21,2 | −15,2 | Cat. Abbadia (zone phot. d'Alger), n° 1047 |

*Remarques.* — Le 24 juillet, la comète est une nébulosité ronde de 40″ de diamètre environ, avec condensation légèrement excentrée; — le 25, observation gênée par les nuages; — le 27, ciel voilé de cirrus; la comète est très peu visible; pointés difficiles.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les symétries du champ électromagnétique et gravifique.* Note de M. A. **Buhl**, transmise par M. P. Appell.

M. Th. de Donder vient de publier une *Théorie du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz et du champ gravifique d'Einstein* (1920, Gauthier-Villars) qui semble donner une forme définitive à la partie analytique de la question. Il est d'ailleurs difficile de faire de ce beau travail un plus vif éloge que celui venu de M. Joseph Larmor (*Times*, 7 janvier 1920).

Sans y rien ajouter, je voudrais montrer qu'à l'aide de divers procédés, employés dans mes recherches sur la formule de Stokes et ses extensions, on peut donner aux résultats de M. de Donder un aspect qui en fait encore mieux ressortir l'admirable symétrie.

Soit

$$2\mathrm{I} = \left| \begin{array}{cc|cc} \delta_1 x_1 & \delta_2 x_1 & \mathrm{M}_{1\omega} & 1 \\ \delta_1 x_2 & \delta_2 x_2 & \mathrm{M}_{2\omega} & 2 \\ \delta_1 x_3 & \delta_2 x_3 & \mathrm{M}_{3\omega} & 3 \\ \delta_1 x_4 & \delta_2 x_4 & \mathrm{M}_{4\omega} & 4 \end{array} \right|.$$

On calculera cette expression en formant d'abord les mineurs de mêmes

lignes

$$(1)\qquad \begin{vmatrix} \partial_1 x_i & \partial_2 x_i \\ \partial_1 x_j & \partial_2 x_j \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} M_{i\omega} & i \\ M_{i\omega} & j \end{vmatrix} = M_{ij} - M_{ji} = 2\,M_{ij},$$

dont le second est d'un symbolisme immédiatement compréhensible. Les déterminants tels que ce second mineur ne sont pas forcément nuls quand ils ont deux colonnes identiques puisque $ij$ diffère de $ji$. En ajoutant, toujours positivement, les six produits de mineurs (1), on définit 2I.

Soit encore l'expression

$$-2\sqrt{-g}\,I^* = \left| \begin{array}{cc|cccc|cc} \partial_1 x_1 & \partial_2 x_1 & 11 & 21 & 31 & 41 & M_{1\omega} & 1 \\ \partial_1 x_2 & \partial_2 x_1 & 12 & 22 & 32 & 42 & M_{2\omega} & 2 \\ \partial_1 x_3 & \partial_2 x_3 & 13 & 23 & 33 & 43 & M_{3\omega} & 3 \\ \partial_1 x_4 & \partial_2 x_4 & 14 & 24 & 34 & 44 & M_{4\omega} & 4 \end{array} \right|.$$

Elle est déduite de 2I en y intercalant le déterminant $g$ des potentiels gravifiques $g_{ik} = g_{ki}$, remplacés plus commodément par $-ik$. Le second membre de la nouvelle égalité est, par définition, la somme des six produits dont chacun a pour facteurs un premier mineur (1) et un déterminant (cf. TH. DE DONDER, *loc. cit.*, p. 13):

$$-2\sqrt{-g}\,M^*_{ij} = \begin{vmatrix} i1 & j1 & M_{1\omega} & 1 \\ i2 & j2 & M_{2\omega} & 2 \\ i3 & j3 & M_{3\omega} & 3 \\ i4 & j4 & M_{4\omega} & 4 \end{vmatrix}.$$

Ceci posé, on peut écrire les équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz plongé dans le champ gravifique d'Einstein; elles forment deux groupes de quatre équations qui peuvent tous deux se résumer dans l'unique Tableau

$$(2)\qquad \left| \begin{array}{c||ccc} 2\rho\mathbf{V}_{x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_1} & 1 & M_{1\omega} \\ 2\rho\mathbf{V}_{x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & 2 & M_{2\omega} \\ 2\rho\mathbf{V}_{x_3} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} & 3 & M_{3\omega} \\ 2\rho & \dfrac{\partial}{\partial x_4} & 4 & M_{4\omega} \end{array} \right|.$$

Ce Tableau a exactement la structure d'un déterminant. On en tire les quatre équations du premier groupe en égalant les termes de la première colonne à leurs mineurs pris avec les alternances de signe habituelles; le

double trait tient, si l'on veut, la place de quatre signes $=$. Quant aux équations du second groupe, on les obtient en remplaçant, dans (2), les termes de la première colonne par des zéros et les M de la quatrième par des $M^{\star}$.

Passons maintenant aux *identités fondamentales*. Elles se résument en ce que la somme, multipliée par $\sqrt{-g}$, des formes

$$[(DI)^{\star} I]^{\star} = F_1\,\delta x_1 + F_2\,\delta x_2 + F_3\,\delta x_3 + F_4\,\delta x_4,$$
$$[(DI^{\star})^{\star} I^{\star}]^{\star} = G_1\,\delta x_1 + G_2\,\delta x_2 + G_3\,\delta x_3 + G_4\,\delta x_4,$$

peut s'écrire (*loc. cit.*, p. 24)

$$\underset{\star}{\pm}\frac{1}{2}\begin{vmatrix} \delta x_1\,M^{\star}_{1\omega}\,\dfrac{\partial}{\partial x_1} & 1 & M_{1\omega} & 1 \\ \delta x_2\,M^{\star}_{2\omega}\,\dfrac{\partial}{\partial x_2} & 2 & M_{2\omega} & 2 \\ \delta x_3\,M^{\star}_{3\omega}\,\dfrac{\partial}{\partial x_3} & 3 & M_{3\omega} & 3 \\ \delta x_4\,M^{\star}_{4\omega}\,\dfrac{\partial}{\partial x_4} & 4 & M_{4\omega} & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \delta x_1 & \dfrac{\partial}{\partial x_1} & M^{\star}_{\omega 1} & M_{\omega 1} \\ \delta x_2 & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & M^{\star}_{\omega 2} & M_{\omega 2} \\ \delta x_3 & \dfrac{\partial}{\partial x_3} & M^{\star}_{\omega 3} & M_{\omega 3} \\ \delta x_4 & \dfrac{\partial}{\partial x_4} & M^{\star}_{\omega 4} & M_{\omega 4} \end{vmatrix}.$$

Il y a là trois déterminants. Le premier correspond au $+$ du $\pm$, le second au $-$, à condition, dans ce second déterminant, de reporter les astérisques des M de la première colonne aux M de la troisième, ce qui est indiqué par l'astérisque placé sous le signe moins. Quant au troisième déterminant, on le calculera en remplaçant $\omega$ par $i$ dans le mineur de $dx_i$.

Il est à peine besoin de dire que ces symétries de déterminants, si remarquables pour le champ à la fois électrique, magnétique et gravifique, ne peuvent être considérées comme fortuites. Elles sont dues aux invariants intégraux de l'Univers. Les formes intégrales employées par M. de Donder, ou les différentielles symboliques de MM. Goursat et Cartan, ont l'analyse des expressions engagées sous des intégrales multiples et cette analyse est celle de déterminants jacobiens.

Ici, pour retrouver de telles symétries, nous avons eu recours à deux espèces de symbolismes.

D'abord à celui qui, dans de véritables déterminants, remplace les termes d'une ligne ou d'une colonne par des opérateurs de dérivation; il est bien connu et transforme notamment les moments en tourbillons. Le second symbolisme, concernant les indices $\omega$, est moins employé mais fort

loin d'avoir été créé ici. On le rencontre, par exemple, dans l'expression de volumes tournants étudiés par M. G. Kœnigs ([1]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'influence du molybdate d'ammonium sur le pouvoir rotatoire de l'acide malique.* Note ([2]) de M. E. **Darmois**, présentée par M. Haller.

Les acides tartrique et malique possèdent, en solution dans l'eau, un pouvoir rotatoire relativement faible, d'ailleurs variable avec la concentration. Dans des recherches assez étendues ([3]), Gernez a montré qu'on augmentait, dans des proportions considérables, le pouvoir rotatoire des solutions en leur ajoutant certains sels minéraux tels que les molybdates et tungstates alcalins. Il attribua cette forte augmentation de l'activité optique à la formation, au sein des solutions, de composés nouveaux résultant de l'addition de l'acide et du sel. Ces recherches ont été continuées dans différentes directions ([4]); à ma connaissance, on n'a retiré jusqu'à ce jour de ces solutions aucun composé défini. J'ai eu l'occasion d'étudier à nouveau les mélanges d'acide malique et de molybdate d'ammonium, et j'ai réussi à isoler dans ces mélanges un composé cristallisé dont le pouvoir rotatoire est suffisant pour expliquer l'accroissement d'activité constaté par l'expérience.

Les mélanges d'acide malique (*l*-malique) et du molybdate ordinaire d'ammonium ont été étudiés par Gernez en 1889 ([5]). Il opère de la façon suivante : dans un volume constant ($12^{cm^3}$) il dissout : 1° un poids constant ($1^g,117$) d'acide malique ; 2° un poids P variable ($0^g$ à $6^g,4$) de molybdate. Pour chacune des solutions obtenues, il mesure la rotation $\alpha$ (raie D) sous une longueur constante ($1^{dm},057$). Pour les faibles poids de molybdate, les rotations obtenues sont gauches avec un maximum pour $P = 0,57$. Pour les poids plus élevés, elles deviennent droites et très grandes, elles peuvent atteindre 360 fois (en valeur absolue) la valeur qu'on devrait attendre si l'acide malique était seul en solution. J'étudierai seulement ici les solutions correspondant à ces rotations droites. J'ai représenté sur la figure ci-contre ces rotations en fonction de P (courbe I de la figure). La rotation augmente d'abord rapidement avec P, puis

---

([1]) Cf. A. Buhl, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1915. — *Géométrie et analyse des intégrales doubles* (*Collection Scientia*, Gauthier-Villars, 1920, p. 26).

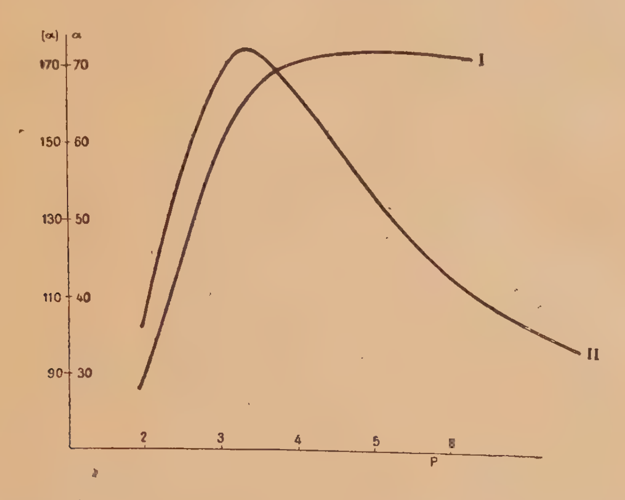
([2]) Séance du 26 juillet 1920.

([3]) Voir *Comptes rendus* et *Journal de Physique* (1887 à 1891).

([4]) Voir en particulier : Rosenheim et Itzig, *Ber.*, t. **33**, 1900, p. 707 ; Klason, *Ber.*, t. **34**, 1901, p. 153.

([5]) *Comptes rendus*, t. **109**, 1889, p. 151.

devient presque constante. La courbe présente une cassure très nette vers $P = 3^g,80$ et $\alpha = 71°,8$ ; à partir de ce point, la rotation ne varie plus que très lentement ; la courbe est très aplatie, un maximum de rotation égal à $72°,8$ a lieu pour une valeur




de P assez incertaine. Gernez admet que l'acide malique et le molybdate donnent plusieurs combinaisons moléculaires et que, en particulier, quand on observe le maximum de rotation, la solution contient la combinaison $C^4H^6O^5 + Mo^7O^{24}Am^6 + 4H^2O$ dont les proportions correspondent à peu près à $P = 5,15$.

La conclusion de Gernez me semble reposer sur deux hypothèses : 1° le maximum de rotation de la solution correspond à la présence dans cette solution d'*une* combinaison définie; 2° la composition de cette combinaison est la même que celle de la solution. Dans les idées actuelles, il semblerait plus naturel de chercher le composé défini aux environs de la rotation correspondant à la cassure dans la courbe. On peut, par un raisonnement simple, prévoir un autre mode d'utilisation des résultats de Gernez. Si l'acide et le sel se combinent pour former un seul composé et si, pour une solution donnée, les deux composants sont *complètement* combinés, la solution renferme à ce moment le composé seul. Soient $p$ son poids (poids total des composants) dans $100^{cm^3}$, $(\alpha)$ son pouvoir rotatoire; on a $(\alpha) = \frac{\alpha}{lp}$.

Il est alors indiqué de former les quotients $\frac{\alpha}{lp}$ et de chercher s'ils suivent une marche régulière; j'ai représenté ces quotients en fonction de P; on obtient ainsi la courbe II de la figure. L'échelle de II a été réduite convenablement. $(\alpha)$ passe par un maximum très net pour $P = 3,005$ correspondant à $(\alpha) = 175,2$ (raie D). J'ai repris les expériences de Gernez et fait des mesures pour trois raies du mercure : jaune ($0^\mu,577$), verte ($0,546$),

indigo (0,436); j'ai retrouvé des résultats exactement analogues. Le maximum de ($\alpha$) pour la raie jaune est 186°,0.

J'ai cherché alors à faire cristalliser les solutions ayant la composition voisine de celle du maximum de ($\alpha$). Ces solutions déposent toutes : 1° d'abord des cristaux très petits, inactifs, constitués par un molybdate d'ammonium peu soluble; 2° un autre corps beaucoup plus soluble, en beaux cristaux transparents, atteignant un développement notable, qu'on peut purifier par une nouvelle cristallisation dans l'eau et qui est *très actif*. J'ai étudié son pouvoir rotatoire, dans les solutions aqueuses, pour des concentrations allant de 0,4 à 40, et pour les trois raies ci-dessus. Pour une raie donnée (jaune par exemple), ce pouvoir rotatoire est constant (au $\frac{1}{200}$ près) de $C = 7$ à $C = 40$; il est $+ 219°$ pour la raie jaune du mercure. On voit que ce composé a une activité nettement supérieure à celle que ferait prévoir l'étude de la solution. Il est vraisemblable qu'il est accompagné, dans la solution à ($\alpha$) maximum, par d'autres corps de pouvoir rotatoire plus faible. Le fait de l'obtention simultanée de ce corps et d'un molybdate différent du molybdate ordinaire montre qu'il s'agit d'une réaction certainement plus compliquée que ne le supposaient Gernez et ses continuateurs. Je poursuis l'étude de la question.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Similitudes d'aspect micrographique existant aux divers états, entre les alliages fer-carbone (aciers), cuivre-étain (bronzes d'étain), cuivre-zinc (laitons) et cuivre-aluminium (bronzes d'aluminium).* Note [1] de M. **A. Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons montré antérieurement la similitude d'aspect micrographique obtenu par revenu après trempe des alliages hypoeutectiques Fe-C, Cu-Sn, Cu-Zn, Cu-Al [2]. Il est intéressant de voir si l'on peut arriver à trouver les mêmes analogies dans les divers traitements thermiques pour ceux de ces alliages qui présentent, au point de vue constitution, le caractère commun de former une solution solide existant à chaud et donnant naissance à un eutectoïde lors du refroidissement.

---

(1) Séance du 2 août 1920.

(2) *Sur le revenu des bronzes d'aluminium* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 511); *Sur le revenu et le recuit après trempe des alliages cuivre-étain et cuivre-zinc* (*Ibid.*, t. 158, 1914, p. 1174); *Effets du revenu sur la structure micrographique des aciers hypoeutectoïdes et des alliages de constitution similaire* (*Rev. Mét.*, t. 16, 1919, p. 141).

Rappelons que pour les aciers (alliages fer-carbone) on note, dans l'ordre décroissant des vitesses de refroidissement, les constituants suivants :

*Austénite.* — Solution solide stable à haute température, non transformée pendant le refroidissement, et formée, comme toute phase unique, de grains cristallins juxtaposés.

*Martensite.* — Résultant d'une transformation du précédent, et en général caractérisée par une structure aiguillée ou en fers de lance.

*Troostite.* — Agrégat ultramicroscopique, caractérisé par sa colorabilité aux réactifs supérieure à celle des autres constituants, et pouvant s'obtenir également sous le nom de *sorbite* par réchauffage ou revenu des deux précédents constituants.

*Perlite.* — Agrégat eutectoïde résoluble au microscope, se présentant sous deux variétés : en un conglomérat d'aspect lamellaire (perlite lamellaire) ou d'aspect granulaire (perlite granulaire). Cette dernière résultant, soit d'un refroidissement plus lent que celui aboutissant à la perlite lamellaire, soit de la coalescence de la perlite lamellaire par séjour prolongé à une température inférieure à la température eutectoïde, mais assez voisine.

1° *Pour les bronzes d'étain* (alliages cuivre-étain), les états austénitique et martensitique ont été observés : ce sont les constituants dénommés β et « β strié » par Heycock et Neville ; la colorabilité plus grande, sans résolution au microscope, caractérisant la troostite, ne peut guère se remarquer nettement que par revenu des précédents ; l'eutectoïde se présente toujours habituellement à l'état granulaire (constituant « δ complexe » d'Heycock et Neville), mais nous avons pu observer conjointement les deux aspects lamellaire (voir *fig.* 1) et granulaire.

2° *Pour les bronzes d'aluminium* (alliages cuivre-aluminium), l'état austénitique ne peut guère s'obtenir que par trempe, à partir de l'état liquide, des bronzes d'aluminium spéciaux ; l'état martensitique a été mentionné par divers auteurs (Breuil, Guillet, Campbell et Mathews, etc.) ; l'état troostitique, très colorable, par Robin, qui a fait remarquer l'analogie de cet alliage avec les aciers. Les deux aspects de l'eutectoïde existent comme nous l'avons montré en signalant l'aspect lamellaire obtenu dans certains cas [1].

3° *Les laitons* (alliages cuivre-zinc). — L'état trempé correspondant à la trempe à l'eau de petits échantillons est l'état austénitique, c'est le constituant β du diagramme ; par contre, par refroidissement lent ordinaire, l'eutectique est irrésoluble au microscope, et l'on obtient le même aspect

[1] *Intern. Zeitsch. für Metallographie*, t. 4, 1913, p. 257.

que précédemment avec une plus grande colorabilité aux réactifs, c'est l'état troostitique, le « β apparent » de Carpenter et Edwards. La visibilité



Fig. 1. — × 1000.



Fig. 2. — × 600.



Fig. 3. — × 60.

au microscope des constituants de l'eutectoïde n'a pu être obtenue par ces derniers auteurs qu'au moyen de chauffages très prolongés au-dessous de la température eutectoïde, en amorçant la naissance des constituants par

contact avec un échantillon de laiton spécial renfermant $\alpha$ et $\gamma$ séparés. Il nous manque donc dans la série l'eutectoïde et l'aspect martensitique.

*a.* Nous avons obtenu la résolution directe de l'eutectoïde sous un aspect plutôt lamellaire par refroidissement très lent (durée 75 heures depuis l'état liquide jusqu'à 300°), c'est ce que représente la figure 2 ([1]).

Si l'on admet que les grosseurs respectives des éléments proeutectiques et des éléments eutectiques varient dans les mêmes proportions lorsqu'on modifie la rapidité du refroidissement, cela conduit à assigner aux éléments eutectiques des laitons coulés en pièces moyennes, une épaisseur dont l'ordre de grandeur est compris entre 0,1 et 0,01 $\mu$ et par suite comparable à celui des particules des solutions colloïdales.

*b.* Quant à l'aspect martensitique en aiguilles ou en fers de lance, on sait que dans les aciers, en raison du changement de volume qui accompagne la transformation austénite → martensite, l'aspect martensitique peut se voir à la surface des échantillons préalablement polis en raison des reliefs produits. Or c'est ce que nous avons constaté avec M. Philippon sur un échantillon de laiton à l'aluminium trempé, et il a été aussi possible de révéler cette structure par attaque (*fig.* 3).

Nous nous sommes attachés ici à faire ressortir uniquement les similitudes, mais il serait dangereux ou tout au moins prématuré d'aller plus loin dans cette voie de généralisation sur cette simple constatation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation catalytique par les corps non saturés* (*huiles, carbures, etc.*). Note de MM. **J. Bougault** et **P. Robin**, présentée par M. Em. Bourquelot.

C'est un fait d'expérience bien connu que les huiles non saturées ont la propriété d'absorber l'oxygène; cette absorption est accompagnée d'un dégagement d'acide carbonique et d'hydrogène, dont la quantité est d'ailleurs très inférieure à celle de l'oxygène absorbé ([2]). La plupart des composés organiques non saturés jouissent des mêmes propriétés; certains,

---

([1]) Le professeur Carpenter auquel une microphotographie de l'échantillon avait été envoyée est aussi d'avis que l'on est bien en présence de l'eutectoïde résolu au cours du refroidissement.

([2]) Parmi les nombreux auteurs qui ont étudié ces phénomènes, nous citerons particulièrement : De Saussure, *Ann. Chim. Phys.*, 2e série, t. 49, 1832, p. 225. — Chevreul, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, t. 47, 1856. — Cloëz, *Comptes rendus*, t. 61, 1865, p. 321 et 981. — Marcellin Berthelot, *Ann. Chim. Phys.*, plusieurs Mémoires en 1860 et années suivantes.

comme l'essence de térébenthine, à un haut degré. Marcellin Berthelot a montré, de plus, que ce dernier composé pouvait, non seulement s'oxyder pour son propre compte, mais jouer le rôle d'intermédiaire (de catalyseur) dans l'oxydation d'autres corps relativement stables à l'air (l'indigo, l'acide pyrogallique, etc.). Toutefois les produits de ces oxydations n'ont pas été isolés ni caractérisés.

I. Au cours de recherches sur le sulfure d'éthyle dichloré (ypérite) $S(CH^2CH^2Cl)^2$, nous avons eu l'occasion d'observer l'oxydation très régulière de ce corps, par l'intermédiaire des huiles non saturées (olive, coton, lin, ricin, œillette, foie de morue).

Si l'on dissout, par exemple, 1$^g$ d'ypérite dans 3$^g$ d'huile d'œillette, et qu'on abandonne la solution au contact de l'air, on obtient au bout de 12 à 15 jours des lamelles cristallines, qui ne sont autre chose que le sulfoxyde

$$SO(CH^2.CH^2Cl)^2$$

correspondant au sulfure employé. Il y a donc eu fixation d'oxygène par l'intermédiaire de l'huile d'œillette

$$S(CH^2.CH^2Cl)^2 + O = SO(CH^2.CH^2Cl)^2,$$

car l'ypérite ne subit pas cette oxydation, ni à l'état pur, ni en solution dans une huile saturée (huile de vaseline).

L'essence de térébenthine, substituée à l'huile dans l'expérience précédente, réalise la même oxydation avec une plus grande rapidité; voici une expérience :

Nous avons dissous 50$^g$ d'ypérite dans 250$^g$ d'essence de térébenthine et mis le ballon, qui contenait ce mélange, en relation avec un récipient rempli d'oxygène. Au bout de 2 jours, des cristaux de sulfoxyde commençaient à se déposer. L'opération a été arrêtée après 56 jours, alors que l'absorption de l'oxygène semblait presque terminée. L'essence de térébenthine a été alors décantée, et les cristaux de sulfoxyde lavés à l'éther de pétrole. Le rendement était sensiblement théorique.

L'essence de citrons, le géraniolène, le cyclogéraniolène, le menthène se comportent comme l'essence de térébenthine, et leur activité paraît être du même ordre.

II. Pour réussir dans ces expériences et obtenir le produit d'oxydation cherché, il paraît utile, sinon indispensable, que le liquide catalyseur remplisse deux conditions : d'une part, qu'il dissolve le corps oxydable, et, d'autre part, qu'il ne dissolve pas, ou très peu, le corps oxydé.

Or, les carbures d'hydrogène et les huiles ont un pouvoir dissolvant très

réduit. En particulier, ils n'étaient pas aptes à dissoudre le thiodiglycol $S(CH^2.CH^2OH)^2$ que nous désirions oxyder par le même processus.

Nous avons eu recours alors au citral, composé non saturé contenant de l'oxygène dans sa molécule, et dont par suite le pouvoir dissolvant se trouve plus étendu.

5g de thiodiglycol ont été agités avec 30g de citral et la liqueur décantée après repos, car la dissolution était incomplète, le thiodiglycol n'étant pas absolument pur. Abandonnée à l'air, la solution a commencé à déposer des cristaux après 20 jours. Au bout de 2 mois et demi, nous avons recueilli 1g,50 de cristaux constitués par le sulfoxyde du thiodiglycol $SO(CH^2.CH^2OH)^2$.

III. Les composés obtenus dans ces oxydations n'ayant pas été décrits, à notre connaissance, nous en donnerons quelques caractères permettant leur identification.

*Sulfoxyde de l'ypérite* $SO(CH^2.CH^2Cl)^2$. — En dehors du mode de préparation décrit ci-dessus, ce corps peut s'obtenir par action de l'acide azotique ($D = 1,30$) sur l'ypérite.

Il fond à 112°. Il est peu soluble dans l'eau froide (1g,50 pour 100cm³ environ), plus soluble dans l'alcool et l'éther. La potasse aqueuse le saponifie aisément en donnant le sulfoxyde du thiodiglycol $SO(CH^2.CH^2OH)^2$.

*Sulfone de l'ypérite* $SO^2(CH^2.CH^2Cl)^2$. — L'oxydation du composé précédent par le permanganate de potassium en liqueur acide donne quantitativement la sulfone correspondante.

Cristaux incolores, fondant à 55°, présentant à peu près les mêmes solubilités que le sulfoxyde.

*Sulfoxyde du thiodiglycol* $SO(CH^2.CH^2OH)^2$. — Nous avons vu que ce composé résulte de l'oxydation du thiodiglycol par l'intermédiaire du citral; ainsi obtenu, il est identique au produit de la saponification alcaline du sulfoxyde de l'ypérite.

Cristaux incolores, très solubles dans l'eau et dans l'alcool, insolubles dans l'éther, fondant à 111°.

En résumé, ce qui précède montre l'importance des réactions d'oxydation qui peuvent être réalisées à froid, par simple mélange avec des dissolvants convenablement choisis jouant le rôle de catalyseurs. Il n'est pas douteux que ces réactions prennent part aux transformations que subissent les mélanges industriels où figurent les huiles non saturées, l'essence de térébenthine; mais on peut penser aussi qu'elles peuvent jouer un rôle dans les processus vitaux, aussi bien chez les plantes que chez les animaux.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Composées. Les derniers stades du développement de l'embryon chez le* Senecio vulgaris *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

L'étage supérieur, *q*, du proembryon à seize cellules (*fig.* 4) [1] donne naissance à la partie cotylée. Quand la cloison, séparant les deux cellules α et β, présente la disposition générale (*fig.* 6), c'est la cellule β qui se divise la première par une paroi verticale radiale pour donner deux éléments juxtaposés γ et δ (*fig.* 7). Quand la première cloison présente la disposition de la figure 8, une cloison verticale rectangulaire s'établit dans l'élément α engendrant de même deux éléments γ et δ (*fig.* 8). A ce moment le quadrant se trouve partagé en trois cellules, une centrale et deux périphériques. Des cloisons tangentielles s'établissent dans ces trois cellules et séparent définitivement le dermatogène (*fig.* 5). De nouvelles cloisons tangentielles se forment, à deux reprises, dans les éléments les plus intérieurs, d'où résulte la différenciation, dans toute la partie cotylée, de trois assises sous-épidermiques. La cellule qui occupe le sommet interne du massif triangulaire issu de β reste toujours en relation directe avec les cellules les plus internes du plérome (*fig.* 10 à 13).

L'étage *m* donne naissance à l'axe hypocotylé tout entier. Les quatre éléments qui le constituent dans la figure 4 se segmentent tangentiellement à deux reprises et séparent d'emblée les trois histogènes, dermatogène, périblème et plérome. Dans le plérome, après une ou deux cloisons transversales, les premières parois verticales isolent extérieurement le péricycle (*fig.* 11 à 13).

L'étage *n* donne les initiales de l'écorce. Les deux éléments qui le représentent dans la figure 4, par deux parois méridiennes, se séparent en quatre cellules circumaxiales; celles-ci se divisent encore verticalement, soit par des cloisons tangentielles, soit par deux cloisons normales aux deux parois méridiennes, pour donner naissance à quatre cellules internes et quatre à huit cellules externes. Les premières fonctionnent comme initiales de l'écorce; les autres se divisent radialement, puis tangentiellement, et contribuent à la formation des parties latérales de la coiffe (*fig.* 10 à 13).

---

[1] R. Souèges, *Embryogénie des Composées. Les premiers stades du développement de l'embryon chez le* Senecio vulgaris *L.* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 254). Voir les figures schématiques qui accompagnent cette Note.

L'étage *o* engendre la portion centrale de la coiffe. Aux dépens de la cellule unique que l'on voit dans la figure 4, il se différencie quatre cellules circumaxiales. A des moments assez variables dans le développement, ces quatre cellules, se segmentant tangentiellement, selon le processus indiqué au sujet des *Nicotiana* [1], produisent les quatre rangées médianes de la coiffe. Ce dernier tissu a donc une origine triple, puisque trois étages du proembryon concourent à sa formation : l'étage *o* tout entier, pour la portion centrale, les cellules périphériques de l'étage *n* et quelques cellules de dermatogène de l'étage *m*, pour les portions latérales (*fig.* 12 et 13).

Si l'on considère comme représentant le tissu hypophysaire l'ensemble des éléments issus de l'étage *o*, on peut dire que l'hypophyse engendre, chez les Composées, comme chez les Polygonacées et les Solanacées, la portion médiane de la coiffe seulement. Mais si l'on considère comme représentant le tissu hypophysaire tous les éléments provenant des deux étages *n* et *o*, on peut dire que l'hypophyse, chez les Composées, comme chez les Renonculacées et les Crucifères, engendre à la fois les initiales de l'écorce et la portion médiane de la coiffe. Puisque cette double interprétation est possible, on voit combien le terme d'hypophyse manque de précision ; il ne possède pas de définition stable, fondée, soit sur ses origines, soit sur ses destinées. Carano ne l'a pas employé dans son travail et les raisons qu'il en donne sont, il faut le reconnaître, excellentes. Il est évident que les notions d'hypophyse, de quadrants, d'octants, et même de suspenseur *sensu lato*, introduites dans la science à la suite des recherches de Hanstein, ne peuvent s'appliquer dans la généralité des cas. Il est préférable de leur substituer celles d'étages proembryonnaires et de blastomères constitutifs de ces étages, car tous ces blastomères, jusqu'au stade du proembryon à seize cellules, apparaissent toujours nettement individualisés, indépendants, homodynames et réalisent de la sorte des unités ontogéniques de valeur primordiale.

Le suspenseur tire son origine de la cellule *p* (*fig.* 4) qui se cloisonne transversalement pour donner deux cellules superposées (*fig.* 5) ; celles-ci, à leur tour, par de nouvelles segmentations, en général transversales, mais parfois aussi longitudinales, dans la région voisine de l'étage *o*, donnent en définitive naissance à un suspenseur filamenteux, composé de six à douze éléments, n'offrant aucune différenciation spéciale.

---

(1) R. Souèges, *Embryogénie des Solanacées. Développement de l'embryon chez les* Nicotiana (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1125).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Expériences utilisables en physiologie végétale, sur l'osmose et sur l'aspiration due à l'évaporation.* Note [1] de M. **Pierre Lesage**, transmise par M. Gaston Bonnier.

En répétant et variant les expériences courantes que l'on fait en physiologie végétale pour chercher à faire comprendre les mouvements des liquides à l'intérieur des plantes, j'ai noté des faits qui me paraissent intéressants et qui méritent d'être rappelés. Voici deux séries d'expériences qui ont amené à quelques-uns de ces faits.

Dans la première série, j'ai répété l'expérience de Dutrochet sur l'osmose, avec des variations dans la membrane osmotique, dans les liquides osmosants et dans la position de cette membrane par rapport à ces liquides. Je ne décrirai pas l'expérience bien connue, je me contenterai, pour la rapidité de l'exposé, de désigner l'osmomètre par A et, par B, le cristallisoir ou récipient inférieur qui contient l'eau pure. Comme variations de la membrane, j'ai utilisé la peau de vessie, l'acétocellulose, des gâteaux de ciment à prise rapide et de plâtre à moulage. Dans ces deux derniers cas, je n'ai pas eu de phénomène comparable à l'osmose. Dans le cas de l'acétocellulose, l'osmose s'est produite et, avec des solutions de sucre, de sel marin avec l'alcool à 94°, cette osmose a présenté des variations comparables à celles qu'on obtient avec la peau de vessie : perméabilité pour l'eau, perméabilité pour les produits dissous, mais plus faible et inégale. Il m'a semblé que l'alcool modifie la membrane d'acétocellulose et la rend moins perméable au sel marin [2]. D'ailleurs je dois dire que la membrane d'acétocellulose est infidèle, elle varie avec son origine et avec les manipulations qu'on lui fait subir.

L'osmose se produit de la même manière, qu'on immerge plus ou moins profondément la membrane dans l'eau de B, ou qu'on la maintienne tangente à ce liquide. Si on la soulève au-dessus de l'eau, il y a encore osmose apparente; mais le niveau d'équilibre osmotique en A est vite atteint. Cela tient à ce que, la membrane étant perméable au produit dissous, le système se complique de telle sorte qu'en allant de A vers B, on trouve : solution forte, membrane, mince couche de solution faible, air humide, eau de B.

---

(1) Séance du 2 août 1920.

(2) Pierre Lesage, *Emploi de l'acétocellulose comme membrane osmotique* (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest,* séance du 5 mars 1920).

Alors il y a de B à la solution faible inférieure, distillation et condensation réglées par la différence des tensions de vapeur d'eau; et, de la solution faible inférieure à la solution forte supérieure, osmose réglée par la différence des concentrations de part et d'autre de la membrane. D'autre part, des gouttes de la solution inférieure se détachent, par moments, et tombent en B. J'ai observé ces faits, la membrane étant à 8$^{mm}$ ou 10$^{mm}$ au-dessus de l'eau de B. J'ai encore remarqué que le niveau d'équilibre osmotique est, dans l'appareil avec peau de vessie, moins élevé que dans un même appareil avec membrane d'acétocellulose.

Dans la deuxième série, j'ai répété et varié l'expérience d'Askenasy par laquelle on cherche à montrer que l'aspiration due à la transpiration des feuilles est comparable à une aspiration due à l'évaporation d'un gâteau de plâtre. Pour cela, j'ai employé le même appareil Dutrochet avec membrane d'acétocellulose, gâteau de ciment à prise rapide ou gâteau de plâtre à moulage, en remplissant A d'eau pure ou même de solution sucrée à une molécule-gramme au litre, et renversant sur du mercure contenu en B. Avec le ciment, le mercure n'a pas été soulevé; avec le plâtre, le mercure a été soulevé dans le tube étroit comme dans l'expérience d'Askenasy. Je ne me suis pas arrêté davantage à ces deux cas. Mais cependant remarquons, en passant, que le ciment n'osmose pas, n'aspire pas, tandis que le plâtre n'osmose pas, mais aspire.

Avec la membrane d'acétocellulose, il y a eu aspiration lente et élévation du mercure, élévation qui atteignait 220$^{mm}$ quand j'ai arrêté l'expérience pour la reprendre sous une autre forme qui a donné des résultats intéressants. Dans cette nouvelle expérience, A, plein d'eau de source, est renversé sur B qui contient une couche épaisse de mercure surmontée d'une couche assez épaisse d'eau. Comme précédemment le mercure est aspiré dans le tube où le niveau s'élève lentement. Après un certain temps, ce niveau se trouvant à 55$^{mm}$, je fais écouler, avec un siphon, du mercure de B pour faire en sorte que l'extrémité du tube de A soit dans l'eau et à environ 2$^{mm}$ au-dessus du niveau du mercure resté en B. Dans ces conditions, la colonne de mercure se maintient à 55$^{mm}$ dans le tube et rejoint le mercure de B par un cylindre libre sur ses côtés dans l'eau, sur une longueur d'environ 2$^{mm}$. Les choses étant ainsi disposées, l'évaporation se poursuivant, le mercure continue à monter dans le tube. Quand le niveau supérieur a atteint 85$^{mm}$, j'ai voulu enlever encore du mercure de B; mais la colonne s'est affaissée. Alors j'ai remplacé le tube étroit de A; il avait 5$^{mm}$ de diamètre, je lui ai substitué un tube de 2$^{mm}$ de diamètre et j'ai recommencé la même expérience. Quand la hauteur du mercure soulevé a atteint environ

80mm, j'ai enlevé du mercure de B jusqu'à 2mm au-dessous de l'extrémité inférieure du tube de A ; la colonne mercurielle s'est maintenue dans le tube et reliée au mercure de B par une partie libre dans l'eau comme précédemment. Mais, trois heures après, en voulant mesurer à nouveau la hauteur, j'ai dû ébranler le système plus qu'il ne convenait; la colonne, sans s'affaisser, s'est rompue à environ 3mm au-dessus de l'extrémité du tube de A. J'ai laissé les choses en l'état jusqu'au lendemain; après 18 heures, rien ne paraissait changé et cependant l'évaporation et l'aspiration avaient dû se continuer comme auparavant. De la fuchsine mise dans l'eau de B m'a éclairé à ce sujet; après moins d'une heure, l'eau s'est teintée en rouge au-dessus de la colonne de mercure : l'aspiration due à l'évaporation de la membrane d'acétocellulose fait glisser l'eau de B entre la paroi du tube et la colonne de mercure qui reste suspendue sur une longueur de 80mm.

Je m'en tiens à ces indications sur ces expériences et les variations qu'elles comportent, elles sont plutôt du domaine purement physique ; mais j'ai pensé qu'il valait mieux les faire connaître que de les laisser confinées dans mes notes jusqu'au moment où je pourrais les utiliser en physiologie. Car s'il y a des applications connues, il en est encore à chercher, à préciser pour mieux comprendre les mouvements de la vapeur d'eau, de l'eau liquide et des matières solubles, dans les vaisseaux, dans les méats intercellulaires, dans les massifs cellulaires tels que les nectaires, les renflements moteurs, et même à la périphérie des plantes où l'étude de certaines formations pourra être facilitée par la connaissance des modifications de la membrane d'acétocellulose évaporant dans certaines conditions qu'il reste à déterminer.

VITICULTURE. — *De l'action des eaux météoriques sur les dépôts des bouillies cupriques.* Note de M. et Mme G. **Villedieu**, transmise par M. Viala.

Les bouillies anticryptogamiques, employées actuellement en agriculture, sont le plus généralement obtenues en versant dans une solution de sulfate de cuivre, soit un lait de chaux dilué, soit une solution de carbonate de soude, jusqu'à ce que la réaction acide due au sulfate de cuivre soit neutralisée; en général on va même jusqu'à légère alcalinité en vérifiant le terme de la réaction à l'aide d'un papier à la phtaléine ou au tournesol. On a admis jusqu'à ce jour que les bouillies à préférer étaient le plus voisines de la neutralité, ou plus justement celles qui ne possédaient qu'une légère

alcalinité, bien que, comme le dit M. Pacottet dans son Traité *Viticulture*, les bouillies acides ou alcalines soient plus actives que les neutres.

On admet également que l'oxyde de cuivre des bouillies bordelaises ou l'hydrocarbonate de cuivre des bouillies bourguignonnes au contact de l'acide carbonique et de l'ammoniaque contenus dans les eaux météoriques peuvent se dissoudre à l'état de traces et venir ainsi en contact avec les zoospores des champignons parasites qu'ils détruisent. La bouillie bordelaise étant celle que l'on utilise le plus fréquemment, nous avons cru devoir l'étudier particulièrement.

Ce qui se forme en réalité, lorsqu'on verse un lait de chaux dans une solution de sulfate de cuivre, c'est du sulfate basique de cuivre $SO^4Cu$, $3Cu(OH)^2$; si l'on met de la chaux en excès, on obtient le sulfate basique de Smith $SO^4Cu$, $5Cu(OH)^2$. Ces faits sont connus; il suffit pour les vérifier de verser lentement dans une solution de sulfate de cuivre de titre connu, une solution titrée de chaux ou de soude; la neutralité est atteinte dès qu'on a versé les trois quarts de ce qu'aurait exigé la totalité de l'acide sulfurique en réaction. Si l'on filtre la liqueur à ce moment, on constate que dans la liqueur filtrée il n'y a plus trace de cuivre et, dans le précipité lavé, on retrouve l'acide sulfurique correspondant au sulfate restant. Ces sulfates étudiés par Becquerel et Smith sont complètement insolubles dans l'eau.

Le sulfate basique ou l'hydrocarbonate de cuivre (des bouillies bourguignonnes) se comportent d'ailleurs de même en présence de l'anhydride carbonique et de l'ammoniac pris séparément ou mélangés.

Nous avons voulu vérifier quelle pouvait être l'action des eaux météoriques sur ces deux corps, bases des bouillies. Tout d'abord, nous nous sommes reportés aux analyses des eaux météoriques et nous avons retrouvé les chiffres fournis par Baumert, Peligot et Boussingault (*Dictionnaire de Wurtz*, t. 2, p. 1201). Boussingault donne comme chiffre moyen à la campagne celui de $0^g,0007$ par litre pour l'ammoniaque et Peligot et Baumert ceux de $0^{cm^3},6$ et $0^{cm^3},45$ par litre pour le gaz carbonique, ce qui correspond en poids pour ce gaz à environ $0^g,001$ et $0^g,0008$ par litre; ces chiffres rapportés au volume du solvant sont à peine de l'ordre du millionième.

Pour les bouillies acides, celles-ci contenant du sulfate de cuivre libre, il ne saurait être question d'envisager l'action de si faibles doses de gaz carbonique et d'ammoniaque. Il faut remarquer simplement que l'activité dangereuse de ces bouillies, même pour des organes bien défendus comme la feuille tient à la nature même du sulfate de cuivre dont les trois quarts de l'acide, ainsi que le montre l'expérience relatée plus haut, sont à l'état

de quasi-liberté et peuvent être absorbés par les corps les moins alcalins et même neutres comme le carbonate de calcium [1], jusqu'à production de sulfate basique. Il suffit pour le vérifier de faire réagir l'un sur l'autre du sulfate cuivrique et du carbonate de calcium en présence d'un peu d'eau, et de constater le dégagement de $CO^2$. Le sulfate de cuivre agit ainsi comme une véritable source d'acide sulfurique et l'on n'a pas jusqu'à ce jour, à notre connaissance, étudié l'action de cet acide sur les zoospores des champignons.

Pour vérifier la présence de traces de cuivre de l'ordre du millionième nous avons utilisé la réaction directe du ferrocyanure de potassium de la façon suivante :

*Type :* A $100^{cm^3}$ (volume constant d'opération) d'une solution au $\frac{1}{250\,000}$ de sulfate de cuivre, contenant sensiblement 1 millionième de ce métal, on ajoute une goutte (tube calibré) de ferrocyanure de potassium au $\frac{1}{100}$, puis une goutte d'acide acétique. On verse dans un petit flacon dit d'Erlenmeyer de $120^{cm^3}$ en verre blanc et par simple comparaison avec des flacons semblables contenant pour $100^{cm^3}$ d'eau distillée une goutte de ferrocyanure et en se plaçant sur fond blanc, on perçoit nettement une teinte rose se développant dans la solution de cuivre au millionième. On peut s'aider d'un tube de verre blanc, assez long et entouré de papier noir, mais il est inutile à notre avis.

Dans l'étude des bouillies alcalines (en pratique culturale, les chimiquement neutres n'existent pas), que cette alcalinité soit due à la chaux ou à la soude, il est évident que les traces d'acide carbonique des eaux sont d'abord fixées par ces bases avant de pouvoir réagir sur le sulfate basique ou l'hydrocarbonate de cuivre. Nous l'avons vérifié et nous avons constaté qu'en présence simplement du carbonate de calcium qui se rencontre toujours dans les dépôts des bouillies bordelaises, le sulfate basique pur ou l'hydrocarbonate de cuivre pur exigeaient au moins $0^g,10$ par litre (100 fois la dose des eaux météoriques) de gaz carbonique pour commencer à donner des solutions de cuivre atteignant à peine l'ordre du millionième. La moindre trace de chaux, même la présence d'ammoniaque, empêchent cette faible dissolution. Pour l'ammoniaque restant seule en question, nous avons opéré de la façon suivante : A $100^{cm^3}$ d'une solution contenant soit $0^g,01$, soit $0^g,05$, soit $0^g,07$ de $AzH^3$ par litre, nous avons ajouté $2^g$ de sulfate basique ou $2^g$ d'hydrocarbonate de cuivre purs et secs. On agite et après 20 ou 30 minutes de contact on filtre avec soin sur un filtre serré;

---

(1) Becquerel, *Comptes rendus*, t. 34, 1852, p. 573.

à la liqueur filtrée on ajoute de l'acide acétique jusqu'à réaction acide et une goutte de la solution de ferrocyanure : nous n'avons obtenu aucune coloration appréciable; ces essais ont été répétés avec addition de chaux sans plus de succès.

Nous avons reconstitué des eaux météoriques contenant 10, 20, 50 et 100 fois plus de gaz carbonique et d'ammoniaque que les eaux météoriques ordinaires, soit de $6^{cm^3}$ à $60^{cm^3}$ d'anhydride carbonique par litre et de $0^{g},007$ à $0^{g},07$ d'ammoniaque; nous avons fait des essais nombreux d'abord avec de l'eau de pluie normale, puis avec ces diverses solutions et nous n'avons obtenu de coloration appréciable qu'avec une eau 100 fois plus riche en acide carbonique et en ammoniaque que l'eau de pluie. Il faut avoir soin dans ces opérations d'utiliser des produits bien lavés et secs et de l'eau, distillée dans des appareils en verre, les eaux provenant d'alambics en cuivre, même étamés, peuvent en effet renfermer des traces de cuivre.

Étant donné qu'avec une eau correspondant à la composition d'une eau météorique normale il est impossible de dissoudre des traces de cuivre de l'ordre du millionième, nous croyons pouvoir conclure que rien n'autorise à penser que dans les bouillies alcalines ce soit le cuivre soluble qui agisse comme toxique vis-à-vis des zoospores du mildiou. Pourtant l'action toxique de ces bouillies est indiscutable et leur réussite démontre leur efficacité. Il y aurait peut-être lieu de rapprocher de leur action ce fait connu, et qu'il nous a été donné de vérifier, qu'en général les spores des cryptogames habitués à vivre en milieu acide ne se développent pas sur les milieux nettement alcalins; ils ne se développent pas non plus d'ailleurs sur des milieux nettement sulfuriques, en si petites quantités qu'y existe l'acide sulfurique libre et tous les anticryptogamiques (même par comparaison les traitements au soufre) pourraient être envisagés comme n'agissant qu'en modifiant la constitution chimique, en altérant la composition du protoplasma des zoospores avec lesquelles ils sont directement en contact, hypothèse en accord avec l'activité reconnue des bouillies acides ou alcalines.

Nous nous proposons de continuer l'étude de cette question.

PHYSIOLOGIE. — *Comment évaluer le rendement des ouvriers.* — Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

Nous avons montré, depuis une vingtaine d'années, que l'expression *fidèle* de l'activité musculaire est dans la consommation d'oxygène.

Il y a lieu de rappeler ici que ce genre d'évaluation est exactement celui que l'on applique aux moteurs thermiques; mais avec cette différence que l'on mesure le volume de ce comburant, et non le poids de combustible.

Pour les déterminations pratiques, nous avons toujours employé la *soupape respiratoire* adaptée à la bouche, et sur laquelle une dérivation, par tube de caoutchouc réuni à un tambour inscripteur, permet d'enregistrer les inspirations et expirations nettement séparées.

L'intérêt de ce procédé, dont la rigueur ne peut plus se discuter, est double :

D'une part, on connaît la quantité d'oxygène absorbée durant un travail, soit sportif, soit professionnel;

D'autre part, on peut suivre, sur le graphique de la respiration, la régularité ou les troubles de cette dernière.

Alors on observe les faits que nous allons résumer très brièvement, et qui seront donnés dans un Mémoire étendu :

1° Quand un ouvrier effectue une opération professionnelle, sans surmenage, sans effort excessif ou accidentel, sa respiration est régulière, tant pour la ventilation pulmonaire que pour l'aspect des courbes respiratoires.

2° La même opération, imposée à plusieurs ouvriers, révèle des différences de consommation d'oxygène, lesquelles tiennent au degré d'habileté manuelle, au maintien du corps, à l'installation de l'atelier, facteurs qui varient suivant les personnes et les circonstances.

En matière d'apprentissage, l'économie respiratoire s'accroît avec le niveau d'instruction des jeunes gens.

3° Toute maladresse dans le travail, toute *simulation* pour manifester un excès de force ou une impotence, se traduisent par un trouble de la ventilation, et les irrégularités du graphique. Il n'est pas possible de s'y méprendre.

4° Nous remarquerons spécialement le cas des *athlètes* qui présentent, d'une façon générale, une *inspiration plus longue* que d'habitude. Elle empiète sur l'expiration, elle montre que l'organisme se pourvoit en oxygène, chaque fois au delà de ses besoins, en prévoyance de l'*effort* possible.

Ce mécanisme, que certains athlètes nous ont dit s'être imposé volontairement, nous paraît être un de ces moyens de défense dont l'économie animale est heureusement si riche.

Et l'on doit en tirer cet enseignement que, dans l'ordre professionnel ou sportif, l'*éducation respiratoire* a une vertu souveraine [1] : elle met au ser-

---

(1) JULES AMAR, *Les lois scientifiques de l'éducation respiratoire* (Dunod, 1920).

vice de l'hématose, de la vie cellulaire, l'oxygène nécessaire, sans le moindre gaspillage.

EMBRYOGÉNIE. — *La formation du squelette axial chez* Eunicella (Gorgonia) Cavolinii *Koch*. Note [1] de M. **André Migot**, transmise par M. Yves Delage.

Le squelette des Gorgones est actuellement considéré par la plupart des auteurs après Koch comme le produit de la sécrétion d'une assise cellulaire qui ne serait autre chose que l'ectoderme pédieux refoulé. Le premier élément squelettique est une lame chitineuse sécrétée par l'ectoderme pédieux entre lui et son support. Puis la sécrétion continuant, l'axe s'élève, toujours entouré par l'assise ectodermique sécrétante refoulée en doigt de gant. Il est donc morphologiquement extérieur à l'animal.

On sait que l'axe est constitué par des lames cornées très minces, emboîtées en coupoles superposées et largement séparées au centre de l'axe par une substance intermédiaire, molle, très abondante.

Latéralement, ces lames chitineuses se rapprochent et s'accolent pour former la partie dite corticale de l'axe, la partie médullaire étant formée par les coupoles cornées et la substance intermédiaire. Alors que la substance cornée dure se colore en noir par l'hématoxyline, la substance intermédiaire, molle, ayant l'aspect de la mésoglée, se colore en rose par le picro-carmin.

Nos observations sur *Eunicella Cavolinii* Koch nous ont montré que les lames cornées, en se rapprochant latéralement pour former la zone corticale, restent en réalité séparées par une mince lamelle de substance intermédiaire en continuité morphologique avec celle qui est entre les coupoles.

Il en résulte une alternance de couches claires, rosées, et de couches sombres noirâtres, bien visible sur la plupart des préparations colorées à l'hématoxyline ferrique-carmin.

La substance intermédiaire est entièrement remplie par un feutrage de filaments extrêmement fins, enchevêtrés, se colorant un peu comme les lamelles chitineuses, mais d'une manière beaucoup moins intense.

Certains auteurs ont décrit des spicules calcaires à l'intérieur et dans l'épaisseur du squelette axial. Nous n'en avons jamais rencontré dans l'espèce étudiée, même sur les préparations non décalcifiées.

---

[1] Séance du 2 août 1920.

Quelle est l'origine de ce squelette et comment sont formées les deux substances qui le composent? Classiquement, c'est un produit de sécrétion de l'ectoderme invaginé.

Un fait à mettre en évidence, c'est que jamais on n'observe une couche épithéliale continue autour de l'axe squelettique, comme semble le penser Koch.

Les éléments que l'on observe autour du squelette et qui le séparent de la mésoglée sont de deux sortes : 1° des cellules; 2° des éléments striés spéciaux, très importants pour la formation du squelette, comme nous le verrons tout à l'heure.

Les cellules, de petite taille, ont assez fréquemment sur les coupes la forme d'un fuseau épais et court, pointu aux deux extrémités. Leur noyau est très visible, se colore facilement et leur protoplasma est bourré de granulations très chromatiques.

Parfois quelques-unes de ces cellules forment une courte assise le long du squelette, mais cette assise est discontinue et il y a alors fréquemment deux ou trois épaisseurs de cellules séparées par une mince couche de mésoglée.

Dans le cas le plus fréquent, on voit des amas plus ou moins volumineux de cellules, pressées l'une contre l'autre, ayant en coupe une forme de fuseau épais ou de cube. Ces amas existent en des points quelconques de la périphérie de l'axe, mais plus particulièrement vers l'extrémité. Les cellules de ces amas sont certainement en voie de multiplication active bien qu'on n'y rencontre jamais de figures de caryocinèse. Mais c'est là un fait général chez ces animaux où les cellules semblent se multiplier uniquement par division directe. Les massifs cellulaires se continuent avec les cellules des canaux endodermiques, rien ne permettant d'ailleurs de les en distinguer.

Enfin, entre les éléments striés, on trouve une ou deux cellules plus petites, arrondies, mal limitées, dont les noyaux et les granulations se colorent mal; ce sont là des cellules en voie de dégénérescence.

Les éléments striés existent d'une façon absolument constante. Ils ont en coupe la forme d'un sablier aux angles arrondis et très aplati. Leur hauteur est à peu près celle d'une cellule, mais leur largeur est fréquemment double. Ils sont nettement limités latéralement par leurs côtés concaves, mais du côté opposé au squelette ils se continuent avec la mésoglée sans aucune démarcation.

Du côté du squelette ils sont entièrement appliqués contre celui-ci. Leur contenu ne diffère en rien de la mésoglée; mais sur une bande adjacente au squelette il est transformé en une sorte de bordure en brosse constituée

par un grand nombre de petites striations parallèles et égales, dirigées perpendiculairement à la surface de l'axe et fortement colorées en noir par l'hématoxyline.

Ces stries, qui sont d'abord nettement séparées, finissent par se confondre absolument avec la surface de l'axe, donnant à celui-ci un aspect finement hérissé.

Puis cet aspect finit par s'atténuer, chaque bande de stries se transformant en une couche chitineuse qui s'ajoute au squelette.

Ces éléments striés sont parfois isolés, mais forment généralement de longues files le long de l'axe. Les côtés concaves limitent entre eux de petites lacunes arrondies contenant une de ces cellules dégénérées dont nous avons parlé plus haut. Ils sont très comparables aux calicoblastes striés de Heider et de Ogilvie et aux desmocytes de Bourne chez les Hexaoralliaires. Mais ces auteurs les considèrent comme des cellules transformées. Nous ne pensons pas qu'il en soit ainsi dans notre espèce.

En effet, jamais on n'observe d'intermédiaire entre leur structure et la structure cellulaire; les cellules dégénérées sont toujours situées *entre* ces éléments, dans les lacunes formées par leurs côtés concaves. Leur forme particulière ne se rencontre jamais dans une cellule et ils sont, en général, beaucoup plus larges que les cellules. Enfin, leur contenu se continue directement avec la mésoglée dont il ne se différencie pas. Nous pensons au contraire que, à mesure que les cellules dégénèrent, ces éléments se constituent par élargissement progressif de la substance intercellulaire aux dépens de la mésoglée.

Quant à la substance molle, intermédiaire aux couches cornées, elle est vraisemblablement sécrétée par les cellules granuleuses, qui sont particulièrement nombreuses vers l'extrémité du squelette, là où cette substance est la plus abondante. De plus, lorsque les éléments striés ont formé une nouvelle couche squelettique, on a un développement particulier des groupes de cellules granuleuses en voie de multiplication.

On peut donc admettre deux temps successifs :

1° Multiplication des cellules granuleuses, sécrétion de la substance intermédiaire par ces cellules;

2° Dégénérescence des cellules avec formation des éléments striés qui donneront une couche chitineuse nouvelle.

Puis le premier temps recommence, grâce à la persistance de groupes de cellules et ainsi de suite, cette alternance de phénomènes rendant compte de l'alternance de couches signalées dans la constitution du squelette.

EMBRYOGÉNIE. — *La différenciation histochimique de l'épithélium pulmonaire fœtal du Mouton* (¹). Note (²) de MM. **Fauré-Fremiet, J. Dragoiu** et Mlle **Du Vivier de Streel**, présentée par M. Henneguy.

L'histogénèse du poumon fœtal du Mouton (³) montre comment la courbe de croissance de cet organe doit être considérée comme l'expression globale des phénomènes complexes et asynchrones de multiplication et de différenciation des éléments épithéliaux d'une part, et des éléments conjonctivo-vasculaires de l'autre; phénomènes qui assurent avant la naissance la réalisation de la structure définitive de l'appareil pulmonaire.

Les variations morphologiques que subissent au cours de leur différenciation les tissus du poumon fœtal s'accompagnent de modifications de leur composition chimique, que nous avons pu mettre en évidence dans leur ensemble en suivant les variations quantitatives globales de l'eau, des lipoïdes, et du glycogène pulmonaires (⁴).

Il serait intéressant, au point de vue de la physiologie du développement, de suivre les variations successives de la composition chimique d'un tissu déterminé au cours de ses périodes de croissance et de différenciation. C'est ce que nous avons tenté pour l'épithélium pulmonaire à l'aide de procédés indirects.

Nous avons d'abord cherché un procédé de mesure des variations quantitatives du tissu épithélial, puis nous avons cherché comment les variations globales de la composition du tissu pulmonaire pouvait se répartir, au cours du développement, entre ses éléments épithéliaux et conjonctifs.

I. *Variation quantitative du tissu épithélial.* — L'emploi des méthodes microchimiques montre que le glycogène du poumon fœtal est rigoureusement localisé aux éléments épithéliaux. On pourrait donc admettre que la quantité de cet hydrate de carbone varie proportionnellement à la masse de tissu épithélial, si ces mêmes méthodes microchimiques ne montraient un autre phénomène : la disparition du glycogène dans tous les éléments épithéliaux en voie de différenciation.

---

(¹) Travail fait à l'aide d'une subvention sur le fonds Bonaparte.

(²) Séance du 28 juin 1920.

(³) J. Dragoiu et Fauré-Fremiet, *Développement des canaux aériens et histogénèse de l'épithélium pulmonaire chez le Mouton* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1617).

(⁴) Fauré-Fremiet, J. Dragoiu et Du Vivier de Streel, *La croissance du poumon fœtal chez le Mouton et les variations concomitantes de sa composition* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 275).

Nous avons donc cherché un autre procédé d'approximation des variations quantitatives de l'épithélium pulmonaire, et nous nous sommes arrêtés à des mesures de surface et à des numérations permettant d'apprécier la surface moyenne des éléments épithéliaux correspondants, pour un âge donné à une surface donnée de tissu pulmonaire ([1]). La surface épithéliale trouvée et la surface pulmonaire correspondante, étant multipliées chacune par sa racine carrée, nous pouvons estimer le volume épithélial par rapport au volume pulmonaire; puis, admettant que la densité des tissus est peu éloignée de celle de l'eau, nous pouvons traduire les volumes en poids. De semblables déterminations ont un caractère essentiellement approximatif, mais leur comparaison avec les données histologiques et chimiques précédemment exposées permettent de les considérer comme exprimant assez bien l'ordre de grandeur des éléments épithéliaux par rapport au poumon total aux divers moments de son évolution fœtale.

Les résultats donnés par ces calculs montrent que, entre la 4e et la 11e semaine, l'épithélium s'accroît plus vite que le tissu conjonctif ; du milieu de la 11e semaine au début de la 13e, l'accroissement propre des deux tissus est sensiblement égal ; du début de la 13e semaine jusqu'à la naissance, le tissu conjonctif s'accroît beaucoup plus vite que le tissu épithélial.

Si l'on calcule la masse épithéliale non plus par rapport à 100 parties de tissu pulmonaire, mais par rapport au poumon entier, on voit que, jusqu'à la 12e semaine, l'épithélium pulmonaire s'accroît régulièrement et double sa propre masse en un temps qui varie de 3 à 4 jours (après la 6e semaine), à 7 à 8 jours (pendant la 12e semaine). Après la 12e semaine, on constate non point une diminution *relative* de l'épithélium correspondant à un ralentissement de sa croissance par rapport à celle du tissu conjonctif, mais une diminution réelle et très considérable, en ce qui concerne, tout au moins, les cellules nucléées non transformées par étalement, celles-ci ne pouvant être estimées dans nos calculs. Si l'on compare la courbe donnée par ces chiffres avec la courbe des variations quantitatives du glycogène, on voit que, sans être superposables, elles se correspondent très exactement et subissent, l'une et l'autre, au même temps de la vie fœtale, une chute brusque.

Nous saisissons alors la signification de ce *point critique* que les variations globales de composition nous ont montré dans le développement du poumon

---

([1]) Ces mesures ont été faites sur des coupes et sur des microphotographies de poumons fixés exactement dans les mêmes conditions.

vers la 13e semaine; il correspond à l'arrêt de croissance du tissu épithélial, ou plus exactement à une régression apparente de ce tissu que l'analyse histologique nous montre comme une différenciation profonde accompagnée d'un rapide accroissement corrélatif du réseau vasculaire et de l'organisation conjonctive du parenchyme pulmonaire.

II. *Variations de composition du tissu épithélial.* — Nous avons supposé :

1° Que la composition de la masse du tissu conjonctif varie très peu pendant la première partie du développement tout au moins;

2° Que sa composition est analogue à celle de la gélatine de Wharton du cordon ombilical. Celle-ci renferme jusqu'à 95 pour 100 d'eau et seulement 15 pour 100 de son poids frais d'extrait lipoïdique total.

Si pour 100 parties de poumon fœtal, on partage proportionnellement la quantité d'extrait lipoïdique total correspondant au stade étudié, entre la masse épithéliale calculée et le tissu conjonctif restant, on voit que de la 10e à la 12e semaine, le chiffre lipoïdique que l'on peut attribuer à l'épithélium augmente légèrement, *mais sensiblement moins que la masse épithéliale*, alors qu'après la 12e semaine il demeure sensiblement constant, *tandis que la masse épithéliale diminue.*

Il est donc évident que le chiffre lipoïdique, calculé pour 100 parties de tissu épithélial, doit diminuer pendant toute la période de multiplication, tandis qu'à partir de la 12e semaine, il doit s'accroître rapidement pendant la période de différenciation.

L'étude histochimique confirme cette interprétation de point en point.

En dehors des corps gras qui peuvent leur appartenir, les cellules épithéliales renferment tout le glycogène pulmonaire; soit 11 à 18 pour 100 du poids épithélial humide. Corrélativement, la cellule épithéliale ainsi chargée de glycogène et renfermant au début et à la fin de son évolution une forte proportion de lipoïdes doit contenir une quantité d'eau relativement faible, et celle-ci doit *augmenter légèrement pendant la période de croissance* pour diminuer pendant la période de différenciation, ce que le calcul semble vérifier.

*Conclusion.* — Les variations que nous venons d'esquisser se répartissent inégalement entre les cellules appartenant à deux lignées épithéliales à évolution distincte : la lignée bronchique et la lignée alvéolaire. Dans celle-ci, la différenciation de la cellule granuleuse alvéolaire, dont le type histochimique très particulier se maintient pendant toute la vie de l'adulte, apparaît brusquement à un stade critique du développement du poumon fœtal.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés de la sérine.* Note de MM. M. **Piettre** et **A. Vila**, présentée par M. Roux.

Comme suite à la méthode de séparation des protéines du sérum décrite dans une Communication du 14 juin 1920, nous allons indiquer dans la présente Note quelques-unes des plus importantes propriétés des produits résultant de l'application de notre procédé.

I. Quand on reprend par l'eau distillée le précipité des protéines, obtenu par l'action de l'acétone sur le sérum, on recueille une eau mère renfermant 62 à 63 pour 100 de la sérine totale.

Saturée d'acide carbonique et filtrée, cette eau mère donne un liquide de limpidité éclatante, d'un blond plus ou moins foncé suivant les sérums.

Les eaux mères suivantes ne contenant respectivement que 18 pour 100, 7,5 pour 100, 4 pour 100 de la sérine totale, et les derniers liquides des lavages des protéines insolubles ne renfermant plus que des quantités minimes d'extrait, nous ne décrirons, pour simplifier, que le traitement de la première eau mère, de beaucoup la plus riche en sérine.

L'addition lente, à cette eau mère, du tiers environ de son volume d'alcool, accompagnée d'une vive agitation, donne un précipité blond s'agglomérant en caillot qui rapidement se rétracte et exsude presque complètement son liquide. Si l'on achève d'égoutter en malaxant avec un agitateur ou une spatule, on obtient une matière onctueuse, brillante, lustrée, de coloration blonde. Ce produit perd à la dessiccation plus de 50 pour 100 de son poids d'eau et d'alcool.

La sérine de première précipitation, obtenue comme il vient d'être dit, est rarement exempte de globuline entraînée en solution. On la purifie, une ou plusieurs fois, par redissolution dans l'eau distillée, la globuline se dépose en flocons faciles à éliminer.

Un des caractères remarquables de la sérine ainsi préparée est l'effet exercé par le froid sur ce produit et sur ses solutions à une température voisine de 0°.

Précipitée à la température ordinaire à l'état de poix à reflets soyeux, la sérine possède la propriété de se prendre au froid de la glacière en une masse solide granuleuse, de coloration blanc grisâtre. A la chaleur de la main cette masse se ramollit, devient sirupeuse de teinte brun clair; replacée au froid, elle se solidifie de nouveau.

Les solutions aqueuses de sérine additionnées d'alcool en quantité suffisante pour approcher de la précipitation donnent, si elles sont soumises au froid, un trouble puis un dépôt blanc. Examiné au microscope, ce dépôt est formé de grosses granulations

arrondies, isolées ou groupées. A douce chaleur elles se redissolvent pour se reformer presque instantanément à 0°, comme s'il s'agissait d'un phénomène de cristallisation. Cependant au cours de ces observations en chambre froide aucun effet bien net sur la lumière polarisée n'a pu être constaté dans les conditions ordinaires d'examen.

II. Il est possible de suivre la purification des protéines du sérum en se basant sur la teneur en chaux des produits séparés.

La chaux totale dans le sérum normal varie chez le cheval de $0^g,160$ à $0^g,185$ par litre. Nous avons trouvé, à partir d'un sérum dans lequel on a dosé $0^g,170$ de chaux par litre que $0^g,057$ de chaux passaient avec les corps gras et les sels dans la liqueur hydro-acétonique, au cours de la précipitation des protéines par l'acétone. $0^g,102$ de chaux ont été retrouvés dans les eaux mères des protéines solubles, alors que des traces impondérables ont seulement pu être caractérisées dans les masses des protéines insolubles ou globulines.

Dans le sang, 60 pour 100 de la chaux totale se trouvent donc particulièrement localisés dans la fraction soluble des protéines, sans y être cependant combinée d'une manière homogène.

On constate, en effet, en dosant cette base dans les diverses parties d'une précipitation fractionnée par l'alcool, qu'elle s'accumule dans les queues de l'opération. C'est ainsi que les précipités successifs d'un même fractionnement contenaient, le premier $0^g,12$ de chaux pour 100 de substance sèche; le second $0^g,19$; le troisième $0^g,32$; le quatrième $0^g,75$. Tout se passe donc comme si l'on se trouvait en présence d'un complexe d'albumines possédant respectivement des capacités de saturation différentes pour la chaux.

III. Les deux groupes de protéines séparées se caractérisent nettement par leurs propriétés physiques et chimiques.

La *sérine* est soluble dans l'eau, même après dessiccation dans le vide sulfurique ou à l'étuve à 40°. Elle précipite de ses solutions aqueuses par l'acétone ou l'alcool sous la forme décrite plus haut et des traces de bases alcalines ou alcalino-ferreuses augmentent considérablement sa solubilité.

La température de coagulation varie légèrement avec la concentration, elle débute en général à partir de 52° sous l'aspect d'un trouble moiré; certaines fractions commencent à 48°, d'autres seulement à 58°; elle se poursuit par palliers, en flocons blanchâtres, jusqu'aux environs de 80°.

*Composition chimique de la sérine.*

| | C. | H. | N. | Ph. | S. | CaO. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | 50,71 | 6,47 | 15,10 | traces | 2,54 | 0,33 |
| II. | 50,18 | 6,64 | 15,20 | | | |

*Pouvoir rotatoire spécifique en solution aqueuse*

$$\alpha_D = -57° \text{ à } -58°.$$

La *globuline* est une matière blanche insoluble dans l'eau, granuleuse à l'état frais, grisâtre et cornée après dessiccation. Encore humide, elle est soluble dans les bases alcalines ou alcalines terreuses et dans les acides, particulièrement dans les solutions acides acétique, formique, lactique, avec lesquelles elles donnent en liqueur concentrée des gels transparents.

*Composition chimique de la globuline.*

| | C. | H. | N. | $P^2O^5$. | S. | CaO. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I........ | 49,90 | 6,31 | 14,30 | 0,13 | 0,82 | traces $<0,1\,\%$ |
| II...... | 50,22 | 6,03 | 14,44 | | | |

*Pouvoir rotatoire spécifique en solution aqueuse acétique*

$$\alpha_D = -81° \text{ à } -83°.$$

*Conclusion.* — La protéine soluble obtenue par notre procédé, correspondant à la sérine des auteurs, se différencie nettement de la globuline par ses caractères physiques : solubilité, pouvoir rotatoire, propriété particulière de se prendre en masse presque solide sous l'action du froid et, par sa composition chimique, notamment par sa teneur en soufre et en chaux.

PATHOLOGIE VÉTÉRINAIRE. — *La virulence du lait dans la fièvre aphteuse.* Note de M. **Charles Lebailly**, présentée par M. Roux.

On connaît depuis longtemps la virulence du lait dans la fièvre aphteuse. Cette virulence était attribuée à la présence d'aphtes sur les trayons, localisation très fréquente, et à la contamination du lait par rupture de ces aphtes pendant la mulsion. On a signalé (Terni) l'élimination du virus aphteux par le lait.

Les expériences suivantes prouvent que la virulence du lait est une manifestation très précoce de la fièvre aphteuse.

*Expérience* 1. — Dans une ferme où la fièvre aphteuse vient de faire son apparition, on choisit une vache dont la température atteint 40°,5 et qui présente, par ailleurs, comme unique symptôme de maladie un aphte en voie de formation à la lèvre supérieure, 200$^g$ de lait sont recueillis à la sonde avec toutes les précautions indispensables (sonde et récipient stérilisés, badigeonnage du trayon à la teinture d'iode, etc.). Trois jours après ce lait est injecté à la dose de 40$^{cm^3}$ sous la peau de la brebis F dont la température est de 39°,5. Au bout de 24 heures 40°,2, après 36 heures 41°,8, aphtes buccaux, abattement, dyspnée, diarrhée, aphtes des espaces interdigités, état grave. Température normale le huitième jour.

*Expérience* 2. — La brebis G, température 39°,5 reçoit sous la peau 40$^{cm^3}$ de lait recueilli le jour même, avec les précautions indispensables, et provenant d'une vache indemne d'éruption aphteuse, mais dont la température atteignait 40°,8. Au bout de 48 heures, la température de la brebis s'élève à 40°,2; après 72 heures à 41°, aphtes ulcères de trois espaces interdigités, pas d'éruption buccale, fièvre aphteuse de gravité moyenne, la température est redevenue normale le huitième jour. Les lésions des pieds guérissent lentement.

*Expérience* 3. — La brebis C reçoit sous la peau 40$^{cm^3}$ de lait recueilli la veille, toujours avec la même technique, sur une vache dont la température était de 40°,5 et qui n'a eu des aphtes que 48 heures après le prélèvement de lait. La brebis C avait au moment de l'inoculation 39°,4, après 24 heures 40°,5, après 36 heures 41°,5; elle s'est maintenue à ce degré pendant deux jours avec dyspnée, abattement, diarrhée, aphtes de la bouche et des espaces interdigités, état général grave, la température redevient normale le huitième jour.

Il ressort de ces observations qu'avant l'apparition d'aucun symptôme de maladie, alors que la santé de l'animal ne paraît nullement altérée, son lait est déjà virulent. Rien dans l'aspect extérieur ne peut le faire prévoir, seul l'emploi du thermomètre permet de déceler le début de la maladie.

Le passage du virus dans le lait est la cause la plus importante de la dispersion de la maladie et de la mort des jeunes animaux, il rend explicables des faits en apparence mystérieux. Lorsqu'on visite les foyers d'épidémie, il est impossible de ne pas être frappé par l'observation en apparence paradoxale des premiers cas de fièvre aphteuse sur de jeunes veaux enfermés dans des étables et ne sortant jamais. Les veaux sont atteints d'une maladie à marche rapide et meurent subitement alors que la fièvre aphteuse vient à peine d'être constatée sur les vaches laitières ou même ne sera reconnue que le lendemain lorsque les aphtes apparaîtront. En effet, cette éruption, considérée habituellement comme un symptôme de début de la maladie, indique en réalité un stade avancé et inaugure la période des complications par infection secondaire. La même remarque s'applique aux élevages de porcs. La grande quantité de virus introduite dans le tube digestif par l'ingestion de lait explique l'allure suraiguë de la maladie chez les jeunes animaux, et les cas de mort foudroyante avant même l'apparition des aphtes. La virulence du lait est très précoce et parallèle à celle du sang pendant la période d'ascension thermique.

La connaissance de ces faits permet d'interpréter les résultats décourageants obtenus par les éleveurs qui se sont astreints à faire bouillir le lait destiné aux veaux et aux porcs, cette précaution excellente est toujours prise trop tard.

Dans certaines fermes, on adopte une autre pratique dont les résultats sont aussi déplorables : elle consiste à utiliser exclusivement le lait des vaches non atteintes sans le faire bouillir. Or, lorsque la fièvre aphteuse se déclare dans une exploitation, il y a toujours parmi les animaux en apparence encore indemnes quelques sujets en période fébrile. Leur lait renferme le virus qui possède à ce moment son maximum d'activité et contamine les animaux auxquels il est distribué.

La mortalité si grande, qui sévit sur les veaux pendant les épidémies de fièvre aphteuse, ne pourrait être enrayée que si l'on s'astreignait à dépister, à l'aide du thermomètre, la maladie à son début et à stériliser par l'ébullition le lait et les récipients.

BACTÉRIOLOGIE. — *Quelques observations sur la culture du bacille tuberculeux en milieu non glycériné*. Note de MM. **E. Alilaire** et **E. Fernbach**, présentée par M. Roux.

Depuis 1887, époque à laquelle Nocard et Roux (¹) ont montré les avantages qu'il y avait à introduire de la glycérine dans les milieux de culture du bacille tuberculeux, presque toutes les expériences ont été faites avec des microbes cultivés sur milieux glycérinés. Cependant ces savants avaient appelé l'attention sur les modifications possibles du bacille en présence de ce corps.

Ayant été amenés, il y a quelques années, à remplacer la glycérine par de la gomme arabique, nous avions été surpris d'obtenir des cultures abondantes. Il nous a donc paru intéressant de voir quelles modifications pourraient être apportées à la composition du bacille par un changement aussi important de son milieu de culture.

Nos essais ont porté sur deux races de bacilles, l'une humaine, l'autre bovine. Nous les avons cultivées comparativement : 1° sur bouillon glycériné ordinaire 4 pour 100 ; 2° sur bouillon non glycériné ; 3° sur bouillon renfermant 4 pour 100 de gomme. Nous avons obtenu les poids moyens suivants de microbes secs, sur lesquels nous avons fait le dosage des matières grasses en les extrayant par un mélange de $2^{vol}$ de chloroforme pour $1^{vol}$ d'éther. L'azote a été dosé par la méthode de Kjeldahl.

Les chiffres sont rapportés aux bacilles secs.

---

(¹) Nocard et Roux, *Annales de l'Institut Pasteur*, 1887.

| | Poids moyen en milligrammes. | Matières grasses solubles dans le chloroforme-éther (pour 100). | Azote (pour 100). |
|---|---|---|---|
| Bouillon glycériné........ | 364,2 | 33,1 | 4,88 |
| » non glycériné... | 335,2 | 8,24 | 8,50 |
| » gommé......... | 268,5 | 8,8 | 8,11 |

Les dosages d'azote faits sur une série de cultures et rapportés aux bacilles dégraissés ont fourni des chiffres très voisins : 7,17, 8,45 et 8,13 pour 100.

De l'examen de ces chiffres, il ressort que les bacilles cultivés en bouillons non glycérinés et gommés sont beaucoup moins riches en matières grasses et, par contre, beaucoup plus riches en azote; leur teneur en ces éléments correspond tout à fait à celle indiquée par Nicolle et Alilaire pour la plupart des microbes pathogènes (1).

Nous avons tenu à signaler ces premiers résultats parce que jusqu'ici les bacilles tuberculeux analysés par différents savants (Hammerschlag, Kressling, Aronson, Auclair et Paris, etc.) semblaient, par leur haute teneur en matière grasse, se distinguer des autres bactéries. Peut-être le bacille cultivé en l'absence de glycérine, très pauvre en matières grasses, serait-il susceptible d'être résorbé facilement par l'organisme comme les bacilles biliés de MM. Calmette et Guérin (2). Peut-être aussi, en raison de sa teneur plus élevée en matière azotée, serait-il capable de donner des anticorps en plus grande abondance.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

(1) Nicolle et Alilaire, *Annales de l'Institut Pasteur*, juillet 1909.
(2) Calmette et Guérin, *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 32.